

3 Vakdidactiek wiskunde in een Community of Learners (CoL)

N.C. Verhoef & C. Terlouw

Samenvatting

Vakdidactiek op de lerarenopleiding in een Community of Learners (CoL) was stimulerend voor docenten in opleiding (DIO's). Zij leerden door wetenschappelijke artikelen over de didactiek van de wiskunde aan elkaar te presenteren en samen problemen op te lossen. De vertaling van de opleidingssituatie naar de schoolsituatie stond voortdurend centraal. In de voorbereiding was er in alle gevallen sprake van integratie van de aangereikte theorie. In de uitvoering bracht de schoolpraktijk echter zo'n schokeffect teweeg dat DIO's niet in staat waren de geplande onderwijsleergesprekken met het oog op de ontwikkeling van wiskundige begrippen daadwerkelijk te houden. In de evaluatie lag het accent op het keurslijf van het boek, de sommencultuur, de studiewijzer en de cultuur van zelfstandig werken, en niet op de inbedding van de theorie. De aanbeveling is om inrichting van een CoL te verrijken met de concrete deelname van docenten die lesgeven op school.

3.1 Inleiding

In de huidige praktijk van het wiskundeonderwijs waarin het studiehuis-concept centraal staat is de docent in toenemende mate geen kennisoverdrager meer maar begeleider geworden van leerprocessen van leerlingen. Alle leerlingen hebben een studiewijzer. Ze weten vooraf wat er die dag aan de orde zal gaan komen. De boeken zien er uitnodigend uit, met fraai geïllustreerde contextrijke opgaven. Er is goed nagedacht over de indeling van een hoofdstuk: een oriëntatieopgave, oefenopgaven, en een afsluitende korte samenvatting. Achter in de klas liggen de antwoorden, dus zelfwerkzaamheid lijkt zodoende goed georganiseerd. Toch heerst hierover niet overal evenveel tevredenheid. Met name technische universiteiten wijzen erop dat algebraïsche vaardigheden onvoldoende worden beheerst, een waarschuwend vinger wordt opgestoken in de richting van het overmatige gebruik van de grafische rekenmachine en de formulekaart (Smid, 2005). Het aantal vwo-leerlingen dat voor een bèta- of een technische studie kiest wordt steeds kleiner. Bovendien ziet het er naar uit dat deze leerlingen niet goed worden voorbereid voor deze studies met alle gevaren voor een vroegtijdige uitval. Onder onderwijskundigen is inmiddels een discussie losgebarsten over de vraag of het "nieuwe leren" waarvan het studiehuisconcert een vorm is, wel voldoende wetenschappelijk onderbouwd is ten opzichte van de positieve empirische evidentie die over het "oude leren" bekend is (Van der Werf, 2006; De Jong, 2006). Zij herinneren aan de docent die leerprocessen van leerlingen stuurt. De vraag is echter hoe de docent die leerprocessen positief kan beïnvloeden, zodat vwo-leerlingen adequaat worden voorbereid op een bèta- of technische studie?

Vakdidactici wijzen op een tekort aan fundamentele wiskundige begripsvorming in het vo (Kaenders, 2003). Zij pleiten voor het bevorderen van het abstract wiskundig denken (Verhoef & Broekman, 2005). Reflectie op de door leerlingen uitgevoerde activiteiten wordt door hen aangevoerd als noodzakelijke verbetering van het huidige wiskundeonderwijs (Simon, et al., 2004). Deze aanbevelingen zijn in eerste instantie van belang voor lerarenopleidingen omdat daar de daarvoor noodzakelijke docentvaardigheden verworven kunnen worden.

Het opleiden van docenten is nauw verbonden met de lespraktijk op school. Naast het verwerven van theoretische kennis over het leren van wiskunde, zal met name de wiskundig didactische verstaalslag zich ontwikkelen aan de hand van een doorlopende cyclus van leservaringen, en reflectie op die leservaringen met het oog op verdieping van bestaande theoretische kennis en praktische vaardigheden van het lesgeven. Dit zijn leerprocessen van docenten-in-opleiding (DIO's) die ieder hun eigen leerweg bewandelen. Uitgaande van één doel is de ontwikkelgang per DIO verschillend en daarmee verdiepend voor de leerprocessen van de andere DIO's (Simon, 1995). De meerwaarde van het benutten van individuele leerervaringen is kenmerkend voor een Community of Learners (CoL). Dit kenmerk sluit aan bij de toekomstige lespraktijk van DIO's waarin zij geconfronteerd worden met allerlei soorten inbreng van anderen: van leerlingen, van hun begeleiders uit de opleidingsschool en van de lerarenopleiding, en van hun mede-DIO's. Voortdurend

zullen zij elke input moeten leren gebruiken bij het ontwerpen en uitvoeren van wiskundeonderwijs ten behoeve van de ontwikkeling van wiskundige begrippen bij leerlingen.

Vakinhoudelijk wordt van wiskundedocenten verwacht dat zij reflecteren op activiteiten van leerlingen. Dat betekent dat zij in staat moeten zijn de kloof te overbruggen tussen informele, contextgebonden activiteiten en meer formele, generaliseerbare activiteiten – van modellen van situaties naar modellen voor situaties (Beishuizen, Gravemeijer & Van Lieshout, 1997; Gravemeijer, 1997). In de opleiding is het didactisch handelen van de opleider voor DIO's zichtbaar, daarom zal dit handelen impliciet of expliciet (opleidings)didactische uitgangspunten weerspiegelen (Russell, 1997). Dit paper sluit hierbij aan door te focussen op het congruent opleiden als middel om opleidingsdoelen te realiseren. Door actieve deelname aan een CoL, in het licht van het benutten van leerervaringen van elkaar, ontdekken DIO's hoe het leren positief te beïnvloeden is.

3.2 Probleemstelling en onderzoeksvraag

De algemene probleemstelling is of een CoL, waarin wiskundig didactische theorieën centraal staan, in positieve zin bijdraagt aan de integratie van die theorieën in de praktijk van het lesgeven. De onderzoeksvraag luidt: Welke invloed heeft een CoL op (1) de verbanden die DIO's leggen tussen de aangereikte wiskundig didactische theorieën en (2) de praktijk van het lesgeven tijdens de schoolstage?

3.3 Theoretisch kader

Met het leren van DIO's om leerprocessen van leerlingen - met het oog abstract wiskundig denken - te stimuleren als centraal thema, gaat dit paper in op (a) een CoL als kweekplaats voor DIO's en (b) een CoL als mogelijkheid tot het congruent opleiden van DIO's.

(a) een CoL als kweekplaats voor DIO's

Het onderwijsconcept van een CoL berust op het onderzoekend leren, het leren van onderzoekers onder elkaar. Brown en Campione (1996) werkten dat uit aan de hand van het verrichten van onderzoek (research) in kleine onderzoeksgroepen, het delen van de resultaten (sharing) met medestudenten uit andere onderzoeksgroepen, en het toepassen van de verworven kennis in nieuwe taken (consequential task) waarbij de bevindingen van elk van de afzonderlijke onderzoeksgroepen werden geïntegreerd. Studenten die participeren in een CoL zijn dus onderzoekers van wie verwacht wordt dat ze (1) naar de docent kunnen luisteren en kijken hoe de docent in een modelrol (als expert, model en coach) iets voordoet, (2) goed naar elkaar kunnen luisteren, (3) in staat zijn resultaten te presenteren, en (4) vervolgstappen kunnen zetten in hun onderzoek (Crawford, 2000).

Aan het effectief deelnemen aan een CoL zijn voorwaarden verbonden. Zo zullen de deelnemers cognitief in staat moeten zijn om met verklaringsmechanismen, rivaliserende verklaringen en anomalieën om te gaan (Koslowski, 1996). Daarnaast gaat een dergelijke opzet uit van gemotiveerde deelnemers die geïnteresseerd zijn, nieuwsgierig naar het onbekende. Samenwerking bij het leren is in deze opzet noodzakelijk, omdat uitgegaan wordt van het uitwisselen en contrasteren van inzichten tussen verschillende deelnemers. Deze vorm van samenwerkend leren berust op een gemeenschappelijke cultuur van kennisuitwisseling waarin onderzoekers elkaar in een wetenschappelijke omgeving bestrijden.

De onderzoeksbevindingen van Campione, Shapiro en Brown (1995) wijzen erop dat leerlingen die actief hadden deelgenomen aan een onderwijsleeromgeving volgens de uitgangspunten van een CoL, blijk gaven van een beter begrip van domeinspecifieke kennis en algemene lees- en redeneerstrategieën beter toepasten. Gegeven deze resultaten lijkt het van belang te bezien of de inrichtingskenmerken van een CoL ook in de onderhavige DIO-situatie relevant zijn. Daartoe moeten deze inrichtingskenmerken wel worden geïnterpreteerd voor en aangepast aan de DIO-situatie.

In dit pilot-onderzoek is geen sprake van een omgeving van onderzoekers op de manier van Brown en Campione. Het gaat in dit paper om een onderwijsleeromgeving waarin DIO's samen met een opleider een CoL vormen. Er wordt geen research in de zin van Brown en Campione verricht, maar DIO's doen onder leiding van de opleider vakdidactisch literatuuronderzoek. De

DIO's krijgen de literatuur van de opleider toegewezen die hen interesseert. Ze lezen die literatuur en presenteren de inhoud aan hun medestudenten. De opleider is verantwoordelijk voor het literatuuraanbod en de vertaling daarvan naar de praktijk van het lesgeven. De nieuw verworven kennisinhouden gebruiken de DIO's vervolgens bij het, onder leiding van de opleider, zoeken en lezen van vervolgartikelen. Het doel is het samen opdoen van kennis over het leren van wiskunde, om die kennis vervolgens adequaat te kunnen integreren bij het lesgeven in de schoolpraktijk. Aansluitend bij de karakteristiek van Crawford is in deze context allereerst sprake van een docent, de opleider, die een modelrol (expert, model en coach) vervult. De docent is expert omdat hij het vak van leren en onderwijzen gedegen beheerst. Daarnaast laat de docent als model zien hoe je wiskundig didactische theorieën integreert, hoe je verbanden legt met bestaande kennis, en hoe je een vertaling maakt naar de praktijk van het lesgeven. Hij demonstreert bijvoorbeeld hardop hoe je een wiskundig probleem zou kunnen aanpakken en oplossen, waarmee hij heuristische strategieën overdraagt zoals probleemanalyse, aanpak, uitwerking en reflectie achteraf. Daarnaast geeft hij voorbeelden en zet DIO's aan tot het zelf bedenken van nieuwe voorbeelden. Als coach spitst de docent zich toe op de voortgang van het leerproces, geconcentreerd op vragen als: Waar zijn jullie mee bezig? Waarom hebben jullie deze aanpak gekozen? Is deze aanpak succesvol? (Schoenfeld, 1985). De docent stimuleert reflectie in de groep door het stellen van prikkelende vragen. In de tweede plaats delen DIO's kennisinhouden met elkaar. Dit vereist dat de DIO's behalve naar de inleider ook goed naar elkaar dienen te luisteren bij interactieprocessen naar aanleiding van de presentatie. Ten derde vereist deze werkvorm in cognitieve zin dat de DIO's in staat zijn wetenschappelijke artikelen te vertalen naar de toekomstige lessituatie. Er wordt van hen verwacht dat zij de aangereikte theoretische inzichten aan elkaar kunnen uitleggen en kunnen gaan gebruiken bij het voorbereiden, uitvoeren en evalueren van lessen op school. Tenslotte zullen de DIO's op grond van reeds gepresenteerde artikelen in staat moeten zijn vervolgartikelen te vinden, te lezen, te presenteren aan anderen, en te koppelen aan de reeds besproken artikelen zodat de bestaande kennisbasis wordt vergroot en verdiept.

Omdat in dit pilot-onderzoek geen sprake is van een omgeving met onderzoekers, zijn de door Kolowski geformuleerde voorwaarden aangepast. In deze context gaat het niet om verklaringmechanismen, rivaliserende verklaringen en anomalieën, maar om mechanismen die theorie en praktijk aan elkaar verbinden, het blootleggen van overeenkomsten en verschillen tussen theorieën, en het signaleren van bijzondere gevallen waarin de theorie niet zonder meer van toepassing is. Behalve een CoL als kweekvijver voor het leren van DIO's, gaat het in dit paper ook over het congruent opleiden van DIO's.

(b) een CoL als mogelijkheid tot het congruent opleiden van DIO's

Het onderwijsconcept van een CoL doet recht aan congruent opleiden. Swennen, Korthagen en Lunenberg (2004) bedoelen daarmee 'het didactisch handelen van de lerarenopleider dat in overeenstemming is met het didactisch handelen dat zij of hij wil bevorderen bij de (aanstaande) leraren'. In dit verband introduceerden Koster en Korthagen (1997) de term congruentieprincipe naast het begrip 'Teach as your preach'. Congruent opleiden is belangrijk omdat daarmee (1) het opleidingsdidactisch handelen van lerarenopleiders kan worden verbeterd, (2) het didactisch handelen van (aanstaande) leraren kan worden verbeterd, en (3) het onderwijs vernieuwd kan worden (Korthagen, 2002). Lerarenopleiders die congruent opleiden vergroten hun opleidingsdidactisch repertoire en zijn daardoor beter in staat theorie en praktijk met elkaar te verbinden (Loughran & Northfield, 1996). Studenten (aanstaande leraren) horen niet alleen over de wijze waarop ze geacht worden te onderwijzen maar ze ervaren aan den lijve dat hun lerarenopleider het gewenste didactisch handelen in de praktijk brengt, uitlegt en onderbouwt met theorie. Het introduceren en vormgeven van vernieuwingen in het onderwijs wordt zodoende zichtbaar in de opleiding. Als dat niet gebeurt, is de kans dat studenten niet-traditionele nieuwe vormen van onderwijs in de praktijk brengen klein, en verliest de opleiding aan geloofwaardigheid (Korthagen, 2002). Uit de onderzoeksbevindingen van Swennen, Korthagen en Lunenberg komt naar voren dat het bewust gebruik maken van congruent opleiden de kracht van de opleiding van leraren versterkt. Uit observaties, stimulated recall interviews naar aanleiding van videobanden, enquêtes en studentinterviews bleek dat congruent opleiden met name kan bijdragen aan het dichten van de kloof tussen opleiding en school, en de kloof tussen theorie en praktijk (de praktijkschok).

In dit pilot-onderzoek spitst het congruent opleiden zich toe op de actieve rol van de opleider die in de vorm van onderwijsleergesprekken met studenten model staat voor de situatie in de lespraktijk waarin de DIO leerprocessen van leerlingen stuurt. In een dergelijke situatie zijn alle deelnemers actief, en wordt elke individuele bijdrage positief benut. In de hier beschreven situatie gaan de onderwijsleergesprekken inhoudelijk over het leren van wiskundige begrippen waarbij het leren abstraheren een sleutelrol vervult. Deze problematiek staat model voor de onderwijssituatie in de praktijk van het lesgeven. DIO's worden op hun eigen niveau uitgedaagd wiskundige concepten te generaliseren en te comprimeren. Bijvoorbeeld als het om het begrip $\sqrt{2}$ gaat kun je numeriek de vergelijking $x^2 = 2$ proberen op te lossen, zie <http://allserv.rug.ac.be/~mvdaele/cgi-bin/ILONA/theorie/Applets/wortel2/Wortel.html>, of gestructureerd het algoritme van Euclides toepassen door een A4-tje nemen, daar een vierkant vanaf te vouwen en dat proces herhalen (hetgeen nooit zal eindigen), of formeel bewijzen dat $\sqrt{2}$ niet rationaal is door te stellen dat $\sqrt{2} = p/q$, met p en q geheel en $\text{ggd}(p,q) = 1$. Compressie houdt in dat zowel de numerieke als de algebraïsche benadering leidt tot hetzelfde gegeven dat $\sqrt{2}$ reëel is en niet rationaal. Generalisatie betekent in dit geval bijvoorbeeld dat alle vergelijkingen van het type $x^2 = 2n$ (n is een natuurlijk getal) leiden tot een niet rationale oplossing. In de lespraktijk is dit proces van comprimeren en generaliseren richtinggevend voor het begeleiden van het leren van leerlingen. Hierna volgt de onderzoeksmethode.

3.4 Onderzoeksmethode

De module 'Inleiding vakdidactiek wiskunde', de minor Communicatie en Educatie van 20 European Credits (EC), was een verplicht onderdeel van de Master of Science Mathematics Education. De instituutsbijeenkomsten duurden 2 uur en vonden 8 maal wekelijks plaats op de universiteit in het eerste kwartaal van het cursusjaar 2005-2006. Aanwezigheid was verplicht voor alle deelnemers. De opzet van het onderzoek bestond uit een pretest bij aanvang van de module en een posttest tot besluit. Tussentijds werden theorie en praktijk verweven met individuele leerervaringen van DIO's aan de hand van presentaties en eigen stage-ervaringen in de school. De vragen in de pretest, het Persoonlijk Ontwikkelingsplan (POP), en de vragen in de posttest betroffen de rol van de docent in de lespraktijk. De antwoorden in de posttest werden achteraf via semi-gestructureerde interviews per DIO verantwoord en desgewenst toegelicht. In de bijeenkomsten kwamen (i) opdrachten over de schoolwiskunde aan de orde en (ii) werd de opgegeven literatuur door DIO's aan elkaar gepresenteerd. Op basis van de (na)bespreking werden nieuwe opdrachten over de schoolwiskunde verstrekt, gekoppeld aan andere wetenschappelijke artikelen of delen uit boeken over de vakdidactiek van de wiskunde. Bij elke presentatie werd een vertaalslag gemaakt naar de schoolpraktijk. In de bijeenkomsten vervulde de opleider een modelrol door het houden van onderwijsleergesprekken en door het samen (laten) oplossen van wiskundige problemen. Reflectie op activiteiten van DIO's met het oog op abstractie liep als een rode draad door de bijeenkomsten heen. Elke bijeenkomst eindigde met concrete vervolgspraken voor de daaropvolgende bijeenkomst. Hiernavolgend komen zowel het materiaal, de deelnemers, de dataverzameling en de onderzoeksinstrumenten, als de dataverwerking en -analyse aan de orde.

3.4.1 Materiaal

Het materiaal bestond uit een website in de leeromgeving van de Universiteit Twente, Teletop. Daarin waren (links naar) nationale en internationale artikelen te vinden. De volgorde was van algemene epistemologische en leerpsychologische literatuur naar domeinspecifieke vakdidactische literatuur. De theorie eindigde met een vooruitblik op wiskundededidactiek als onderdeel van de bètadidactiek.

De literatuur werd onder de deelnemers verdeeld.

De opdracht was dat elke deelnemer in een instituutsbijeenkomst de inhoud van een, aan haar of hem toegewezen, artikel aan de groep zou presenteren. Indien mogelijk werd daaraan een concrete (school)wiskunde-opdracht toegevoegd. Inhoudelijk werd uitgegaan van wiskunde als 'de wetenschap van getal en ruimte', rustend op een drietal pijlers te weten: berekenen, structureren en bewijzen (Van Dalen, 2006). Bij de eigen wiskundige begripsontwikkeling van DIO's ging het

om berekenen, structureren en bewijzen, met abstractie als einddoel. De nadruk lag op de vorming van een cognitieve structuur. Een cognitieve structuur bestaat uit cognitieve eenheden, die verrijkt kunnen worden door compressie (vereenvoudigen) en generalisatie (veralgemeniseren). De kracht van een cognitieve structuur is afhankelijk van transfer tussen de eenheden (Barnard & Tall, 1997). Zo is er bijvoorbeeld een direct verband (transfer) tussen de cognitieve eenheden 'de driehoek van Pascal' en 'de getallen van Fibonacci'. Die verbanden zijn te vinden door de coëfficiënten van de driehoek van Pascal uit te rekenen (berekenen) en patronen te vinden (structureren). Via het formele bewijs (bewijzen) komt uiteindelijk het gezochte verband tot stand. De cognitieve eenheid 'de driehoek van Pascal' is nu verrijkt met 'de getallen van Fibonacci' door compressie.

In de bijeenkomsten werden allerlei rijke cognitieve eenheden besproken, en werd de noodzakelijke transfer belicht via berekenen, structureren en bewijzen. Het leren abstraheren verliep aan de hand van opgaven waarvan de oplossing niet voor de hand lag. DIO's mochten elkaar helpen om de juiste oplossing te vinden. Ook kwam het voor dat de opleider als model de oplossingsstrategie hardop voordeed om een bewustwordingsproces over het leren van wiskundige begrippen bij DIO's op gang te brengen. Met deze aanpak kwamen geïsoleerde cognitieve eenheden van DIO's als vanzelf aan de oppervlakte. De opleider trad op als procesbewaker om alle deelnemers voortdurend actief bij de gang van zaken te blijven betrekken.

3.4.2 Deelnemers

De instroom in de minor Communicatie en Educatie bestond uit tien studenten, vijf vrouwelijke en vijf mannelijke studenten, en een opleider. De opleider, wiskundig, vakdidactisch en onderwijskundig bekwaam, trad op als product- en procesbegeleider. Zij was verantwoordelijk voor de vrij te downloaden materialen op de website, en de inhoudelijke besprekingen tijdens de bijeenkomsten. De leeftijd, de studierichting en de werkervaring van de studenten verschilden sterk. De mannelijke studenten waren afkomstig uit diverse studierichtingen: twee uit de faculteit Technische Natuurkunde (TN) van rond de 30 jaar, twee uit de faculteit Werktuigbouwkunde (EWI) van 22 jaar, en één uit de faculteit Toegepaste Wiskunde (TW) van 52 jaar. Eén van de technisch natuurkundigen was medewerker van de Universiteit Twente, tevens druk bezig met zijn tweede promotie in regeltechniek. De wiskundige was een zij-instromer, die zijn schoolstage combineerde met deze minor Communicatie en Educatie. De vrouwelijke studenten varieerden in leeftijd tussen de 21 en de 26 jaar. Vier van hen waren reeds in het bezit van een bachelor Toegepaste Wiskunde (TW). De vijfde student, een Poolse, had de bachelor Toegepaste Communicatiewetenschappen (TCW) gehaald en wilde op grond van haar individuele belangstelling voor wiskunde - in combinatie met goede eindexamencijfers - een minor Communicatie en Educatie halen. De dataverzameling geschiedde aan de hand van de volgende onderzoeksinstrumenten.

3.4.3 Dataverzameling en onderzoeksinstrumenten

De dataverzameling bestond uit vragenlijsten.

In de pretest hadden de vragen per DIO, als onderdeel van het Persoonlijk Ontwikkelingsplan (POP), betrekking op verwachtingen van de DIO over de eigen rol als wiskundedocent in de lespraktijk. Het betrof na een opsomming van eerder verworven competenties, de schriftelijke antwoorden op de vragen: 'Welke vakinhoudelijke en vakdidactische competenties moet ik verder gaan ontwikkelen?' en 'Hoe ga ik die ontwikkelen?'. De antwoorden varieerden: kennis van het vak, manieren van uitleggen, het gebruik van hulpmiddelen zoals het bord, de computer, de grafische rekenmachine (GRM), en de formulekaart, het hanteren van oplossingsstrategieën en heuristieken, het ontwerpen van toetsen, praktische opdrachten en profielwerkstukken.

De posttest bestond, als onderdeel van het eindverslag van de schoolstage, uit reflectievragen over het verloop van de gegeven lessen die achteraf zijn verantwoord en toegelicht in semi-structureerde interviews. De vragen waren: 'Heb je bij het voorbereiden, uitvoeren en evalueren bewust gebruik gemaakt van de aangereikte wiskundige didactische theorie?' en 'Zo ja, hoe deed je dat?' of 'Zo nee, waarom lukte dat niet?'. In de antwoorden diende de in de CoL aangereikte

wiskundig didactische theorie, die op het eigen niveau als leerling (dubbele bodem) was verworven, vastgelegd te zijn. De dataverwerking en –analyse geschiedde als volgt.

3.4.4 Dataverwerking en –analyse

In de pretest zijn per DIO in het POP alleen de data binnen de competentie ‘Vakinhoudelijke en didactische component’ gebruikt. De andere competenties: interpersoonlijk, pedagogisch, organisatorisch, samenwerken met collega’s, samenwerking met de omgeving, en reflectie en ontwikkeling zijn niet meegewogen.

De dataverwerking van de posttest vond plaats per DIO aan de hand van een lijst met steekwoorden per fase. Bij de voorbereiding ging het om verwijzingen naar de cognitieve structuur waar de te behandelen cognitieve eenheid deel van uitmaakte. In het antwoord moest naast het wiskundige begrip ook sprake zijn van daaraan verwante wiskundige begrippen.

In de uitvoering lag de nadruk op transfer van kennis die leerlingen al hebben naar de te behandelen wiskundige begrippen. In het antwoord diende onderwijsleergesprekken (of een analoge vorm van dialoog tussen leerlingen en de docent) expliciet genoemd te worden.

De evaluatie spitste zich toe op het generaliseren en comprimeren van wiskundige begrippen. In het antwoord moest sprake zijn van algemeniseren (generaliseren) en vereenvoudigen (comprimeren). Hierna worden de resultaten van de pretest en de posttest in tabellen weergegeven voorzien van commentaar.

3.5 Resultaten

Alle DIO’s hadden vooraf wel een idee over de vakinhoudelijke en vakdidactische competenties die ze van plan waren te ontwikkelen gedurende de schoolstage, zie Tabel 1.

DIO	De ontwikkeling van vakinhoudelijke en vakdidactische competenties
man	Om wiskunde creatief te kunnen gebruiken, moet je de verbanden en analogieën zien
man	Voor het ontwikkelen van structuur is een goede voorbereiding essentieel.
man	Geen opmerkingen
man	Kleine aanwijzingen en een goede structuur
man	Uitleggen van wiskunde is belangrijk, goed contact met leerlingen helpt daarbij
vrouw	Aandacht van leerlingen blijven vasthouden, leerlingen blijven motiveren
vrouw	Uitleggen en improviseren, inspelen op situaties
vrouw	Vakinhoudelijk zelf bijspijkeren, vooraf zelf alle sommen maken
vrouw	Eerst vragen van leerlingen beantwoorden, dan pas nieuwe stof uitleggen
vrouw	Extra aandacht voor het uitleggen, laten zien dat wiskunde wel degelijk leuk kan zijn

Tabel 1: Resultaten van de pretest

Uit de tabel blijkt dat DIO’s uitleggen en het bieden van structuur aan leerlingen hoog in het vaandel hadden. Daarnaast kwam de motivatie aan de orde. Eén DIO trok de lijn door naar het zelf bijspijkeren van kennis.

Achteraf bleek er van de goede voornemens weinig terecht te zijn gekomen, zie Tabel 2.

DIO	Voorbereiding		Uitvoering	Evaluatie	
m	+	+	+	-	-
m	+	+	-	-	-
m	-	-	-	-	-
m	+	+	-	-	-
m	+	+	+	-	-
v	+	+	-	-	-
v	+	+	-	-	-
v	+	+	-	-	-
v	+	+	-	-	-
v	+	+	-	-	-

Tabel 2: Resultaten van de posttest

Een + betekent dat DIO's in hun antwoorden, al of niet in eigen woorden, de boven elke kolom genoemde aandachtspunten benoemden. Een – betekent dat er geen relatie met de boven elke kolom genoemde aandachtspunten in de antwoorden te vinden was. Het blijkt dat geen van de studenten uiteindelijk, ondanks de plannen die ze hadden om vakinhoudelijke en vakdidactische competenties te ontwikkelen, een directe relatie had gelegd tussen de in de CoL aangereikte theorie en de lespraktijk in de schoolstage. Twee studenten gaven aan, in de uitvoerende fase onderwijsleergesprekken te hebben gevoerd met de nadruk op het luisteren naar elkaar. De anderen bleken niet in staat te zijn geweest de theorie via onderwijsleergesprekken met de praktijk te integreren ondanks de voorbereiding waarin de aangereikte theorie wél een dominante plaats innam. Bij doorvragen tijdens de semi-gestructureerde interviews naar aanleiding van het eindverslag noemden de studenten als oorzaak:

- het boek dat weinig ruimte biedt voor eigen inbreng van leerlingen en docenten;
- de studiewijzer als keurslijf voor het tempo waarin geleerd wordt;
- de sommencultuur, theorie is vervangen door sommen die opbouwend van karakter zijn, waarbij bovendien elke volgende som voortbouwt op de voorgaande, er is in deze deductieve opbouw geen enkele stimulans om te reflecteren op de opbouw van zowel de paragraaf als de onderdelen per opgave;
- de tweedefasecultuur van zelfstandig werken waarbij de docent als coach optreedt.

De studenten vonden het frustrerend te moeten ervaren dat de ideale opleidingssituatie – waarbij je als docent je eigen koers vaart op basis van theoretische kennis - niet bestaat, en dat de eerste ervaringen zich toespitsen op het houden van orde in plaats het onderwijzen van wiskunde. De DIO's konden in de eindgesprekken wel theoretisch onderbouwd aangeven wat er niet goed was gegaan, en waaraan zij in het vervolg aan zouden willen werken. Zij noemden in dat verband in het licht van de eigen persoonlijke ontwikkeling:

- niet aan begripsontwikkeling toe te komen vanwege hun eigen ontbrekende parate kennis van de (school)wiskunde;
- het gebrek aan getalbegrip en algebraïsche vaardigheden;
- onvoldoende (hoofd)rekenvaardigheden;
- onvoldoende formulevaardigheden (geen formules paraat hebben);
- geen kennis over het gebruik van de grafische rekenmachine (GRM);
- geen ervaring met computerpractica;
- het gebrek aan transfer tussen verschillende representaties van wiskundige begrippen (zoals de goniometrische functies en de eenheidsdriehoek);
- en eigen wiskundige misconcepties.

De twee studenten die wel in staat waren geweest om onderwijsleergesprekken te houden deden dat op basis van ervaringen met lesgeven, die ze al bezaten. De ene was bezig met een zij-instroomtraject en stond al langer voor de klas. De ander had een ruime ervaring als docent op de universiteit.

3.6 Conclusie en discussie

De conclusie is dat de DIO's de in de CoL aangereikte theorie hebben geïntegreerd in de voorbereiding, niet voldoende in de uitvoering, en helemaal niet in de evaluatie. Wel bleken zij in staat te zijn desgevraagd in de evaluatie de aangereikte wiskundig didactische theorie met de praktijk van het lesgeven te integreren. Reflecterend op de invloed van een CoL als kweekplaats voor DIO's, waren de DIO's unaniem tevreden over deze aanpak. De werkvorm zette hen expliciet aan tot onderlinge inhoudelijke samenwerking. Zij voelden zich verplicht om elke bijeenkomst aanwezig te zijn en daadwerkelijk een eigen bijdrage te leveren. De betrokkenheid was daarmee maximaal. De flexibiliteit van het programma, de inhoud afgestemd op de behoefte, sprak hen aan. De praktijk bleek weerbarstig te zijn. De realiteit van het studiehuis verraste en verwarde hen. In de CoL waren ze te inhoudelijk en te weinig praktisch aan de gang geweest. Dat betekent dat de praktijk van alledag meer expliciet aan de orde moet komen in de CoL. Dit zou bereikt kunnen worden door bijvoorbeeld per bijeenkomst een andere wiskundedocent te laten participeren in de CoL of stage-ervaringen vooraf te laten gaan aan het samen leren in een CoL.

Samenvattend werd de CoL door DIO's als een goede werkvorm ervaren, waarin ze zich gestimuleerd voelden een actieve eigen bijdrage te leveren en intensief inhoudelijk met elkaar samen te werken. De transfer naar de lespraktijk op school viel tegen omdat de praktijk toch wel anders was dan ze zich hadden voorgesteld en er weinig ruimte bleek te zijn om een eigen invulling van de les te realiseren. Dat betekent dat in de CoL de praktijk van het onderwijs nadrukkelijker moet worden geïntegreerd.

Contact:

Nellie Verhoef: n.c.verhoef@utwente.nl

3.7 Referenties

- Barnard, T., & Tall, D. (1997). Cognitive units, connections and mathematical proof, *Proceedings of PME 21*, Finland, 2, 41– 48.
- Beishuizen, M., Gravemeijer, K.P.E. , & van Lieshout, E.C.D.M. (1997). *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures*. Series on Research in Education, no.26 (CD-ROM), Utrecht, The Netherlands: Utrecht University.
- Brown, A.L., & Campione, J.C. (1996). Psychological theory and the design of innovative learning environments. On procedures, principles, and systems. In L. Schauble & R. Glaser (Eds.), *Innovation in learning: New environments for education* (pp. 289-325). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Campione, J.C., Shapiro, A.M., & Brown, A.L. (1995). Forms of transfer in a community of learners: Flexible learning and understanding. In A. McKeough, J. Lapart, & A. Martini (Eds.), *Teaching for transfer: Fostering generalization in learning* (pp. 35-68). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Crawford, B.A. (2000). Embracing the essence of inquiry. New roles for science teachers. *Journal for Research in Science Teaching*, 37, 916-937.
- van Dalen, D. (2006). Q.E.D. *Euclides* 81(4), 217-219.
- de Jong, T. (2006). Nieuw leren en oude kennis: Over bestaande evidentie voor de effectiviteit van "nieuwe" en "gecombineerde" vormen van leren. *Pedagogische Studiën*, 83, 89-94.
- Kaenders, R. (2003). Verum, pulchrum, bonum. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/4 (4), 161-164.
- Korthagen, F. A. J. (2002). *De professionalisering van lerarenopleiders in Nederland*. EPS-reeks, nr.13, Utrecht: EPS.
- Koslowski, B. (1996). *Theory for evidence: the development of scientific reasoning*. Cambridge, MA: MT Press.
- Koster, B. & Korthagen, F.A.J. (1997). Opleidersvaardigheden voor de professionele ondersteuning van (aanstaande) leraren. In: J. Boter & T. van der Veen (Red.), *De lerarenopleidingen: van opleidingsconcept naar opleidingspraktijk* (pp. 61-70). Leuven/Apeldoorn: Garant.
- Loughran, I., & Northfield, J. (1996) *Opening the classroom door: teacher, researcher, learner*. London: Falmer Press.
- Russell, T. (1997). Teaching teachers: How I teach is the message. In J. Loughran & T. Russell (Eds.). *Teaching about Teaching* (pp. 32-47). London: Washington, D.C. Falmer Press.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Simon, A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for research in mathematics education, Vol.*, 35, 5, 305-329.
- Simon, M. (1995). *The development of thought equilibration of cognitive structures*. New York: Viking.
- Smid, H.J. (2005). Aansluiting vwo-wo: drama of hype? *Euclides*, 80, 90-93.
- Swennen, A., Korthagen, F., & Lunenberg, M. (2004), Congruent opleiden door lerarenopleiders. *VELON, Tijdschrift voor lerarenopleiders* 25, 20, 17 – 27.
- Verhoef, N.C., & Broekman, H.G.B. (2005). A process of abstraction by representations of concepts. *Proceedings of PME 29*, Noorwegen, 4, 273-280.
- van der Werf, G. (2005). *Leren in het studiehuis: consumeren, construeren, of engageren*. Oratie Universiteit Groningen.