Kartesische Impedanzregelung von Robotern mit elastischen Gelenken: Ein passivitätsbasierter Ansatz

Cartesian Impedance Control of Flexible Joint Robots: A Passivity Based Approach

Christian Ott, Alin Albu-Schäffer, Andreas Kugi, Stefano Stramigioli und Gerd Hirzinger

Der Beitrag beschreibt einen neuen Ansatz zur kartesischen Impedanzregelung von Robotern mit elastischen Gelenken. Die vorgeschlagene Reglerstruktur basiert auf einfachen physikalischen Überlegungen, die eine Erweiterung klassischer Positionsrückführungen um eine zusätzliche Rückführung der Gelenk-Drehmomente motivieren. Der Regler benötigt nur die ersten Ableitungen der Messgrößen und kann somit einfach implementiert werden. Es wird gezeigt, dass sich der geschlossene Regelkreis als Zusammenschaltung passiver Teilsysteme darstellen lässt. Abschließend werden experimentelle Ergebnisse des vorgestellten Reglers mit dem DLR-Leichtbauroboter-II beschrieben.

This paper addresses a novel approach to the Cartesian Impedance Control problem for robots with flexible joints. The controller structure being proposed is based on simple physical considerations, which are motivating the extension of classical position feedback by an additional feedback of the joint torques. The controller needs only the computation of the first derivatives of the measured signals and can therefore be implemented easily. It is shown that the closed-loop system can be seen as a feedback interconnection of passive subsystems. Finally, some experimental results of the proposed controller with the DLR-light-weight-robot-II are shown.

Schlagwörter: Robotik, Impedanzregelung, Roboter mit elastischen Gelenken, passivitätsbasierte Regelung

Keywords: Robotics, impedance control, flexible joint robots, passivity based control

1 Einleitung

Für viele Manipulationsaufgaben, in denen ein Roboter in Kontakt mit seiner Umgebung kommt, ist die Realisierung eines nachgiebigen Verhaltens erforderlich. Für Roboter mit starren Gelenken wurde diese Problematik in der Literatur ausführlich behandelt und führte zu Regelungsansätzen wie der Impedanzregelung oder der Admittanzregelung [10]. Im Gegensatz dazu behandeln die meisten Arbeiten, die sich auf ein Robotermodell mit elastischen Gelenken beziehen, lediglich die Positionsregelung.

In der vorliegenden Arbeit wird ein physikalisch motivierter Ansatz zur Impedanzregelung für Roboter mit elastischen Gelenken beschrieben. Das Ziel der Impedanzregelung ist es, dem Roboter durch die Regelung ein be-

stimmtes dynamisches Verhalten zu geben [11], in Form eines Feder-Masse-Dämpfer-Systems. In vielen Anwendungen kann das natürliche Trägheitsverhalten des Roboters dabei beibehalten werden, und lediglich die Realisierung eines bestimmten Steifigkeits- und Dämpfungsverhaltens ist notwendig. Im Folgenden wird daher angenommen, dass das gewünschte dynamische Verhalten ein System zweiter Ordnung ist, das in Form von Steifigkeiten und Dämpfungen bezüglich kartesischer Endeffektor-Koordinaten gegeben ist. Eine zusätzliche Modifikation des am Abtrieb wirkenden Trägheitsverhaltens des Starrkörperanteils würde außerdem eine zusätzliche Messung der externen Kräfte erfordern und wird hier nicht behandelt.

Im Falle eines Roboters mit starren Gelenken kann ein solches Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten im Prinzip

sehr einfach durch einen Regler in PD-Struktur (in den relevanten Koordinaten formuliert) implementiert werden. In [6] wurde gezeigt, dass ein antriebsseitiger PD-Regler auch für Roboter mit elastischen Gelenken zu einem stabilen Gesamtsystem führt. In der Praxis hat sich jedoch herausgestellt, dass durch die Einschränkung der Regelung auf antriebsseitige Größen, ohne Rückkopplung von abtriebsseitigen Größen (wie der abtriebsseitigen Position oder des Drehmomentes), für die Impedanzregelung im Allgemeinen keine zufriedenstellenden Ergebnisse erreicht werden können. In einigen Arbeiten wurde gezeigt, dass durch einen Regler in den abtriebsseitigen Gelenkwinkeln in Verbindung mit einer zusätzlichen Rückkopplung des Gelenkdrehmomentes ein gutes Verhalten erzielt werden kann (siehe z.B. [12]). Dies wurde auch bereits experimentell auf den DLR-Leichtbaurobotern nachgewiesen [3]. Aus theoretischer Sicht wird dies zumeist approximativ (für ausreichend hohe Gelenksteifigkeiten) über eine Argumentation der singulären Störtheorie (*Singular-Perturbation*) gerechtfertigt. Die Drehmomentenrückführung wird dabei als innerer Regelkreis betrachtet, der seine Sollgröße von einem äußeren Regelkreis erhält.

In [1] wurde ein Regler mit vollständiger Zustandsrückführung (Position, Drehmoment und deren erste Ableitungen) eingeführt, für den analog zu [6] asymptotische Stabilität aufgrund der Passivitätseigenschaften nachgewiesen wurde. Im Gegensatz zum PD-Regler ist die Motorträgheit und die Gelenkelastizität im selben passiven Block wie der Regler enthalten, was eine effektivere aktive Schwingungsdämpfung erlaubt.

In der vorliegenden Arbeit wird eine physikalische Interpretation dieser Drehmomentenrückführung gegeben. Ausgehend von dieser physikalischen Interpretation erfolgen dann Passivitäts- und Stabilitätsanalysen. Es sollte bereits an dieser Stelle erwähnt werden, dass aufgrund der Rückführung des Drehmomentes zwar der Regler selbst nicht passiv ist, allerdings kann gezeigt werden, dass die geregelte Antriebsdynamik zusammen mit der Drehmomentenrückführung passiv ist. In Verbindung mit der (abtriebsseitigen) passiven Starrkörperdynamik folgt somit, dass der geschlossene Regelkreis als Rückkopplung passiver Teilsysteme dargestellt werden kann. Es wird nachgewiesen, dass diese Eigenschaften sowohl für den Regler auf kartesischer Ebene als auch auf Gelenkebene gelten.

Des Weiteren wurde in [1; 6] zur Kompensation der Gravitationsterme eine Vorsteuerung basierend auf den Sollpositionen verwendet. Dies ist für die Impedanzregelung nicht gut geeignet, da es hier durchaus zu großen Abweichungen von der Sollposition kommen kann. In dieser Arbeit wird, basierend auf den Messungen der antriebsseitigen Positionen, ein Kompensationsterm entworfen, der für die Impedanzregelung besser geeignet ist. Diese Problematik der Gravitationskompensation für Roboter mit elastischen Gelenken wurde bereits in [15] behandelt. Allerdings führte der in [15] verwendete Kompensationsterm zu Einschränkungen in der Wahl der zulässigen kartesischen Steifigkeiten.

Eine ähnliche passivitätsbasierte Reglerstruktur, in der durch Mitnahme zusätzlicher virtueller Trägheiten der Regler ohne eine Messung der Geschwindigkeiten implementiert werden kann, ist der *IPC*¹ aus [5]. Die Grundidee zur vorliegenden Arbeit entstand im Wesentlichen aus Überlegungen, wie derartige für das Starrkörpermodell des Roboters entworfene passivitätsbasierte Regler am geeignetsten auf Roboter mit elastischen Gelenken angewendet werden können.

Es gibt, wie im Abschnitt 6.1 detaillierter ausgeführt wird, einen engen Zusammenhang zwischen dem dargestellten Impedanzregler und dem Zustandsregler aus [1]. Im Abschnitt 6 wird gezeigt, dass der Regler analog zu [1] auf eine vollständige Zustandsrückführung verallgemeinert werden kann, ohne dass dadurch die Passivitätseigenschaften des Reglers verloren gehen.

Der Inhalt dieser Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Im Abschnitt 2 wird die Grundidee des Regleransatzes anhand eines einfachen eindimensionalen Ersatzmodells beschrieben. Die Verallgemeinerung der eindimensionalen Entwurfsidee auf das Modell eines Roboters mit elastischen Gelenken folgt im Abschnitt 3. Im Abschnitt 4 wird der Regler um einen geeigneten Term zur Gravitationskompensation erweitert. Eine ausführliche Passivitäts- und Stabilitätsanalyse folgt im Abschnitt 5. Anschließend werden im Abschnitt 6 einige (in der Praxis sehr wichtige) Erweiterungen dargestellt.

Die DLR-Leichtbauroboter (Bild 1 bzw. 4) sind mit abtriebsseitigen Drehmomentensensoren in den Gelenken ausgestattet, um eine feinfühlig Manipulation und Interaktion mit der Umgebung zu ermöglichen. Somit sind sie ideal zur Implementierung des vorgestellten Regleransatzes geeignet. Im Abschnitt 7 werden abschließend einige experimentelle Ergebnisse mit dem beschriebenen Impedanzregler dargestellt.

2 Entwurfsidee

In diesem Abschnitt soll die Entwurfsmethode des kartesischen Impedanzreglers anhand eines einfachen eindimensionalen Ersatzmodells motiviert werden. Man betrachte zunächst ein Modell eines einzelnen elastischen Gelenkes, wie es in Bild 1 für das zweite Gelenk skizziert ist. Hier wirkt das Motordrehmoment τ_m auf die Rotationsträgheit B des Motors². Die Elastizität in der Kraftübertragung auf den Abtrieb³ ist in Form einer linearen Feder mit Steifigkeit K modelliert.

Das Ziel der Impedanzregelung ist es nun, ein bestimmtes dynamisches Verhalten bezüglich der am Abtrieb angreifenden externen Kräfte und Momente zu erreichen. Im Folgenden wird angenommen, dass das gewünschte dynamische Verhalten durch einen Steifigkeitsparameter K_θ und einen Dämpfungsparameter D_θ gegeben ist.

¹ Intrinsically Passive Controller

² Die Motoren werden hier ohne zusätzliche Dynamik als ideale Drehmomentquellen betrachtet.

³ In Bild 1 vereinfacht in Form einer konstanten Masse M dargestellt.

Bild 1: Modellskizze eines Roboters mit elastischen Gelenken.

Im Falle eines Roboters mit nichtelastischen Gelenken könnte dieses gewünschte Verhalten mit einem einfachen PD-Regler realisiert werden. Setzt man nun, wie in Bild 2 für den eindimensionalen Fall angedeutet, auch im Falle eines Roboters mit elastischen Gelenken eine motorseitige PD-Reglerstruktur an, so ist die resultierende Dynamik offensichtlich auch durch die Gelenkelastizität und die Motorträgheit wesentlich beeinflusst. Die Abweichung von dem gewünschten dynamischen Verhalten wird demnach umso signifikanter sein, je kleiner die Gelenksteifigkeit K und je größer die Motorträgheit B sind.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass für übliche⁴ Roboter mit elastischen Gelenken die Gelenksteifigkeiten durchaus als sehr groß⁵, wenn auch nicht vernachlässigbar, betrachtet werden können. Durch eine Rückkopplung des Gelenkdrehmomentes τ kann nun die am Antrieb wirksame Motorträgheit derart verändert werden, dass sich das Gesamtsystem bezüglich der externen Kräfte und Momente so verhält, als wäre die Motorträgheit geringer. Das gewünschte dynamische Verhalten wird dadurch umso besser approximiert, je kleiner die wirksame Motorträgheit ist. Dieses Vorgehen soll in Bild 2 veranschaulicht werden und wird im folgen-

⁴ wie z. B. die DLR-Leichtbauroboter

⁵ Für die unteren Gelenke der DLR-Leichtbauroboter liegen diese Werte im Bereich 10 000–15 000 Nm/rad.

Bild 2: Motorseitige PD-Regelung eines Gelenkes.

den Abschnitt für das Modell eines elastischen Roboters konkretisiert.

3 Anwendung auf das Robotermodell

3.1 Formulierung in Gelenkkoordinaten

Für die weiteren Betrachtungen wird ein Robotermodell, wie in [4] vorgeschlagen,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_{ext} \quad (1)$$

$$B\ddot{\theta} + \tau = \tau_m \quad (2)$$

betrachtet. Hierin wird mit $q \in \mathcal{R}^n$ der Vektor der abtriebsseitigen und mit $\theta \in \mathcal{R}^n$ der Vektor der antriebsseitigen Gelenkwinkel bezeichnet. Der Vektor der Gelenkdrehmomente $\tau \in \mathcal{R}^n$ ist durch einen linearen Zusammenhang gemäß $\tau = K(\theta - q)$ bestimmt, wobei $K \in \mathcal{R}^{n \times n}$ eine Diagonalmatrix ist, welche die einzelnen Gelenksteifigkeiten K_i enthält $K = \text{diag}(K_i)$. Mit $B \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ist eine Diagonalmatrix gegeben, welche die Motorträgheiten B_i als Diagonalelemente besitzt. Weiters werden mit $M(q) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ die Massenmatrix und mit $C(q, \dot{q})\dot{q}$ die Zentrifugal- und Coriolisterme des abtriebsseitigen Starrkörpermodells des Roboters bezeichnet. Der Vektor der Gravitationsmomente ist durch $g(q) \in \mathcal{R}^n$ gegeben. Als Eingangsgröße für die Regelung dient der Vektor der Motordrehmomente $\tau_m \in \mathcal{R}^n$. Schließlich sind weitere über die Umgebung am Roboter angreifende externe Kräfte und Momente im Vektor $\tau_{ext} \in \mathcal{R}^n$ zusammengefasst.

Für den Fall, dass der Roboter sowohl rotatorische als auch prismatische Gelenke hat, wird angenommen, dass die Elemente des Vektors q in (1)–(2) normalisiert sind, sodass alle Elemente von q dieselbe physikalische Einheit besitzen. Zu dieser Normalisierung können z. B. die Gelenksteifigkeiten K_i verwendet werden, indem die Gelenkvariablen mit dem Faktor $\sqrt{K_i}$ multipliziert werden. Diese Vorgehensweise erlaubt es, im Folgenden als Vektornorm die euklidische Norm $\|\cdot\|$ und als Matrizennorm die induzierte 2er-Norm $\|\cdot\|$ zu verwenden.

An dieser Stelle werden noch einige Eigenschaften des Robotermodells, welche im Rahmen dieser Arbeit benötigt werden, angeführt:

E 1 Die Massenmatrix ist symmetrisch und positiv definit:
 $M(q) = M(q)^T > 0 \quad \forall q \in \mathcal{R}^n$

E 2 Die Matrix $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ ist schief-symmetrisch:
 $y^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) y = 0 \quad \forall y, q, \dot{q} \in \mathcal{R}^n$

E 3 Die Gravitationsmomente $g(q)$ sind als Differential einer Potentialfunktion $V_g(q)$ gegeben $g(q) = (\partial V_g(q)/\partial q)^T$ und es gibt eine reelle Zahl $\alpha > 0$, sodass

$$\|\partial g(q)/\partial q\| < \alpha$$

gilt [14]. Daraus folgt weiters, dass auch für alle $q_1, q_2 \in \mathcal{R}^n$

$$|V_g(q_2) - V_g(q_1) - (q_2 - q_1)^T g(q_1)| < \frac{1}{2} \alpha \|q_2 - q_1\|^2$$

gilt.

E 4 Eine weitere Modellannahme ist, dass die Gelenksteifigkeiten die Ungleichung $\|K\| > \alpha$ erfüllen. Diese Annahme sollte allerdings keineswegs als Einschränkung betrachtet werden. Sie besagt im Wesentlichen, dass die Steifigkeiten hinreichend groß sein sollen, sodass der Roboter unter der Wirkung der Gravitation (bei stillstehendem Motor) durch die Gelenksteifigkeiten gehalten werden kann, ohne dabei umzufallen.

Die im letzten Abschnitt beschriebene Skalierung der wirkenden Motorträgheit bezüglich der Abtriebsseite auf B_θ kann nun durch eine Rückkopplung der Drehmomente in der Form

$$\tau_m = BB_\theta^{-1}u + (I - BB_\theta^{-1})\tau \quad (3)$$

erfolgen, wobei u eine neue Eingangsgröße darstellt. Für diese neue Eingangsgröße kann nun ein einfacher motorseitiger PD-Regler

$$u = -K_\theta(\theta - \theta_s) - D_\theta\dot{\theta} \quad (4)$$

(für eine gegebene Sollposition θ_s) verwendet werden, um eine gewünschte positiv definite Sollsteifigkeit K_θ und Solldämpfung D_θ zu erreichen. Man erhält somit die folgenden Systemgleichungen:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_{ext} \quad (5)$$

$$B_\theta\ddot{\theta} + D_\theta\dot{\theta} + K_\theta(\theta - \theta_s) + \tau = 0 \quad (6)$$

3.2 Verallgemeinerung auf kartesische Impedanzen

Üblicherweise ist das gewünschte Impedanzverhalten nicht in Gelenkkoordinaten q definiert, sondern in kartesischen Koordinaten x , welche die Position und Orientierung des Roboter-Endeffektors beschreiben. Im Folgenden wird angenommen, dass die Abbildung zwischen den Gelenkkoordinaten q und den kartesischen Koordinaten $x = f(q)$, sowie die entsprechende Jacobi-Matrix $J(q) = \partial f(q)/\partial q$, bekannt ist.

Der Regler aus (4) kann nun auf den Fall einer kartesischen Impedanzregelung verallgemeinert werden, indem die antriebsseitigen Gelenkwinkel θ anstatt der abtriebsseitigen Gelenkwinkel q in der Vorwärtskinematik verwendet werden. Die gewünschten Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen sind nun in Form von positiv definiten Matrizen K_x und D_x gegeben. Das Regelgesetz ergibt sich damit zu

$$u = -J(\theta)^T(K_x\tilde{x}(\theta) + D_x\dot{\tilde{x}}) \quad (7)$$

$$\tilde{x}(\theta) = f(\theta) - x_s. \quad (8)$$

Hierbei ist x_s die antriebsseitige virtuelle⁶ Sollposition. Für die Vorgabe dieser Sollposition sollte die gravitationsbedingte Differenz zwischen den antriebs- und abtriebsseitigen Gelenkwinkeln (in der Ruhelage für $\tau_{ext} = 0$) berücksichtigt werden. Dies bedeutet, dass für gegebene

abtriebsseitige Gelenkwinkel q_s , die einer gewünschten kartesischen Sollposition $x_{q,s} = f(q_s)$ entsprechen, x_s in der Form $x_s = f(q_s + K^{-1}g(q_s))$ gewählt werden sollte.

Der Regler aus (7) führt zusammen mit (3) auf die neuen Systemgleichungen:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_{ext} \quad (9)$$

$$B_\theta\ddot{\theta} + J(\theta)^T(K_x\tilde{x}(\theta) + D_x\dot{\tilde{x}}) + \tau = 0 \quad (10)$$

4 Gravitationskompensation

In den bisherigen Überlegungen wurden die Gravitationsdrehmomente $g(q)$ nicht im Regler berücksichtigt. In [6] wurde für einen antriebsseitigen PD-Regler gezeigt, dass zur Vorsteuerung der Gravitationsmomente die abtriebsseitige Sollposition verwendet werden kann. Dies führt im Falle einer Positionsregelung üblicherweise auch zu sehr guten Ergebnissen, da dabei die Abweichungen von der Sollposition durch die Regelung klein gehalten werden können. Für die Impedanzregelung ist diese Vorsteuerung allerdings nicht mehr ausreichend, da es hier (im Falle von kleinen Sollsteifigkeiten K_θ) durchaus zu großen Abweichungen von der Sollposition kommen kann.

Im Folgenden wird daher ein Kompensationsterm basierend auf den antriebsseitigen Positionen konstruiert, der die abtriebsseitigen Gravitationsmomente *quasi-stationär* kompensiert. Betrachtet man zunächst die Menge $\Omega := \{(q, \theta) \mid K(\theta - q) = g(q)\}$ von stationären Punkten (für $\tau_{ext} = 0$). Hier werden die Gravitationsmomente durch die Gelenkelastizität exakt kompensiert. Das Ziel der Gravitationskompensation ist es nun, einen Kompensationsterm $\bar{g}(\theta)$ so zu entwerfen, dass in der Menge Ω

$$\bar{g}(\theta) = g(q) \quad \forall (q, \theta) \in \Omega \quad (11)$$

gilt. Dazu kann die Tatsache ausgenutzt werden, dass für jeden Punkt $(q_0, \theta_0) \in \Omega$ die antriebsseitige Position θ_0 eindeutig aus der abtriebsseitigen Position q_0 berechnet werden kann:

$$\theta_0 = q_0 + K^{-1}g(q_0) := h(q_0) \quad (12)$$

Außerdem kann durch Anwendung des Kontraktionstheorems (siehe E 5 weiter unten) gezeigt werden, dass die Umkehrabbildung zu $h(q_0)$ existiert und eindeutig ist. Somit kann

$$q_0 = h^{-1}(\theta_0) := \bar{q}(\theta_0) \quad (13)$$

zur Konstruktion des Kompensationstermes $\bar{g}(\theta) := g(\bar{q}(\theta))$ herangezogen werden, womit auch (11) erfüllt ist.

E 5 Dass die Umkehrabbildung $h^{-1}(\theta_0)$ existiert, ist sichergestellt, da die Abbildung $T(q) := \theta_0 - K^{-1}g(q)$ (wegen $\|K\| > \alpha$ aus E 4) eine Kontraktion ist. Sie besitzt somit genau einen Fixpunkt $q^* = T(q^*) = q_0$ und die Iteration

$$\hat{q}_{n+1} = T(\hat{q}_n) \quad (14)$$

⁶ In der Impedanzregelung wird die gewünschte Ruhelage für den Fall der freien Bewegung üblicherweise als *virtuelle* Sollposition bezeichnet.

konvergiert für jeden Anfangswert (z. B. $\hat{q}_0 = \theta_0$) gegen diesen Fixpunkt (siehe [7]):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{q}_n = q^* = h^{-1}(\theta_0) . \quad (15)$$

In der Praxis kann diese Umkehrabbildung $h^{-1}(\theta_0)$ zwar nicht exakt berechnet werden, sie kann jedoch iterativ beliebig genau angenähert werden. Im Folgenden wird daher angenommen, dass die Umkehrabbildung $h^{-1}(\theta_0)$ exakt bekannt ist, obwohl sie tatsächlich nur angenähert werden kann. Es zeigt sich, dass bereits eine Approximation erster oder zweiter Ordnung zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Insbesondere erhält man durch eine Approximation erster Ordnung (mit $\hat{q}_0 = q_s$ als Startwert) den Kompensationsterm aus [15].

Aus der Konstruktion des Terms zur Gravitationskompensation folgt weiters, dass $\bar{g}(\theta)$ als Differential einer Potentialfunktion $V_{\bar{g}}(\theta)$ gegeben ist. Auf eine detaillierte Herleitung dieser Potentialfunktion muss an dieser Stelle aus Platzgründen verzichtet werden. Stattdessen wird im Folgenden gezeigt, dass $V_{\bar{g}}(\theta)$ durch

$$V_{\bar{g}}(\theta) = V_g(\bar{q}(\theta)) + V_K(\theta - \bar{q}(\theta)) \quad (16)$$

$$= V_g(\bar{q}(\theta)) + \frac{1}{2} \bar{g}(\theta)^T K^{-1} \bar{g}(\theta) \quad (17)$$

gegeben ist, wobei $V_K(\theta - \bar{q}) = 1/2(\theta - \bar{q})^T K(\theta - \bar{q})$ ein Steifigkeitspotential mit der Gelenkelastizität K als Steifigkeit ist. Hierzu betrachte man das Differential (mit $r(\theta) := \theta - \bar{q}(\theta)$):

$$\frac{\partial V_{\bar{g}}(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial V_g(\bar{q})}{\partial \bar{q}} \frac{\partial \bar{q}(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial V_K(r)}{\partial r} \frac{\partial r(\theta)}{\partial \theta} \quad (18)$$

$$= \frac{\partial V_g(\bar{q})}{\partial \bar{q}} = g(\bar{q}(\theta))^T = \bar{g}(\theta)^T \quad (19)$$

In (19) wurde die Eigenschaft $\partial V_K(r)/\partial r = \partial V_g(\bar{q})/\partial \bar{q}$ verwendet, die direkt aus der Definition der Funktion $\bar{q}(\theta)$ in (13) folgt.

Das neue Regelgesetz mit Gravitationskompensation ist nun durch (3), zusammen mit

$$u = -J(\theta)^T (K_x \tilde{x} + D_x \dot{\tilde{x}}) + \bar{g}(\theta) , \quad (20)$$

gegeben und führt auf die Systemgleichungen:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_{ext} \quad (21)$$

$$B_\theta \ddot{\theta} + J(\theta)^T (K_x \tilde{x}(\theta) + D_x \dot{\tilde{x}}) + \tau = \bar{g}(\theta) . \quad (22)$$

5 Analyse

In diesem Abschnitt wird erst gezeigt, dass für den Fall einer global beschränkten Potentialfunktion $V_g(q)$ das Gesamtsystem als Zusammenschaltung passiver Teilsysteme dargestellt werden kann. Danach wird für den allgemeinen Fall ein formaler Stabilitätsnachweis des geschlossenen Regelkreises gegeben.

Im Folgenden wird also angenommen, dass es eine reelle Zahl $\beta > 0$ gibt, für die

$$|V_g(q)| < \beta \quad \forall q \in \mathcal{R}^n \quad (23)$$

gilt. Dies ist insbesondere für Roboter mit reinen Drehgelenken⁷ immer erfüllt. Aufgrund von E 3 ist dann auch $g(q)$ global beschränkt. Außerdem folgt aus (23) auch die Beschränktheit von $V_{\bar{g}}(\theta)$ und $\bar{g}(\theta)$. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Beschränktheit der Potentialfunktionen lediglich für die Passivitätsanalyse benötigt wird. Die darauf folgende Stabilitätsanalyse gilt auch für den allgemeinen Fall.

5.1 Passivität

Ein System $\dot{z} = f(z, u)$, $y = y(z, u)$ mit dem Zustand $z \in \mathcal{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathcal{R}^m$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathcal{R}^m$ wird als *passiv* bezeichnet, falls für jede zulässige Eingangsgröße $u(t)$ die in jedem beliebigen Zeitintervall $[t_0, t_1]$ vom System abgegebene *Energie* nach unten beschränkt bleibt [8]:

$$\exists c \in \mathcal{R} : \int_{t_0}^{t_1} u(t)^T y(t) dt \geq c . \quad (24)$$

Eine hinreichende Bedingung hierfür ist die Existenz einer nach unten beschränkten und bezüglich z stetigen Funktion $S_z(z)$ (Speicherfunktion), für deren zeitliche Ableitung entlang den Systemgleichungen gilt [8; 9]:

$$\dot{S}_z(z) = \frac{\partial S_z(z)}{\partial z} f(z, u) \leq u^T y . \quad (25)$$

Im Folgenden wird nun gezeigt, dass das System (21)–(22), wie in Bild 3 dargestellt, aus zwei passiven Teilsystemen besteht. In der Praxis wird zusätzlich oft angenommen, dass auch die mit dem Roboter in Kontakt befindliche Umgebung durch eine passive Abbildung (von $\dot{q} \rightarrow -\tau_{ext}$) gegeben ist.

Die Passivitätseigenschaft von (21), als Abbildung $(\tau + \tau_{ext}) \rightarrow \dot{q}$, folgt aus wohlbekannten physikalischen Überlegungen und kann anhand der Speicherfunktion

$$S_q = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + V_g(q) \quad (26)$$

gezeigt werden. Unter Berücksichtigung von E 2 erhält man für die zeitliche Ableitung entlang von (21)

$$\dot{S}_q = \dot{q}^T (\tau + \tau_{ext}) . \quad (27)$$

Um die Passivität von (22), als Abbildung $\dot{q} \rightarrow -\tau$, zu zeigen, kann die Speicherfunktion

$$S_\theta = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T B_\theta \dot{\theta} + \frac{1}{2} (\theta - q)^T K (\theta - q) + \frac{1}{2} \tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta) - V_{\bar{g}}(\theta) \quad (28)$$

⁷ d. h. keine prismatischen Gelenke

Bild 3: Geschlossener Regelkreis als Zusammenschaltung passiver Systeme.

verwendet werden. Als zeitliche Ableitung von S_θ entlang von (22) erhält man

$$\dot{S}_\theta = -\dot{x}^T D_x \dot{x} - \dot{q}^T \tau. \quad (29)$$

Aus (27) und (29) folgen unmittelbar die gewünschten Passivitätseigenschaften.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die beschriebenen Passivitätseigenschaften auch gelten, wenn der PD-Regler in (7) durch einen beliebigen anderen passiven Regler (bezüglich $\theta \rightarrow u$) ersetzt wird.

5.2 Stabilitätsnachweis für $\tau_{ext} = 0$

Die folgende Stabilitätsanalyse beschränkt sich auf den nichtredundanten und nichtsingulären Fall. Die Analyse beschränkt sich somit auf einen Bereich, in dem die Jacobi-Matrix $J(\theta)$ regulär und die Umkehrabbildung zu $x = f(\theta)$ eindeutig ist.

5.2.1 Bestimmung der Ruhelagen

Die Ruhelagen des Systems (21)–(22) sind durch

$$K(\theta_s - q_s) = g(q_s) \quad (30)$$

$$K(\theta_s - q_s) + J(\theta_s)^T K_x \tilde{x}(\theta_s) = \bar{g}(\theta_s) \quad (31)$$

gegeben. Die Matrix K_x ist hierin positiv definit. Aufgrund von (11) gilt für die Ruhelagen nun:

$$J(\theta_s)^T K_x \tilde{x}(\theta_s) = 0 \quad (32)$$

Die Stabilitätsanalyse ist, wie oben bereits erwähnt, auf einen Arbeitsbereich beschränkt, in dem diese Beziehung eindeutig nach θ_s aufgelöst werden kann. Die Ruhelage ist dann in diesem Bereich eindeutig definiert, und es gilt zufolge von (8) und (13)⁸:

$$\tilde{x}(\theta_s) = 0 \Rightarrow \theta_s = f^{-1}(x_s) \quad (33)$$

$$q_s = h^{-1}(\bar{q}_s) \quad (34)$$

$$\dot{q}_s = \dot{\theta}_s = 0 \quad (35)$$

5.2.2 Lyapunov-Funktion

Zur Stabilitätsanalyse der Ruhelage betrachte man die folgende Lyapunov-Funktion $V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta})$:

$$V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta}) = S_q + S_\theta \quad (36)$$

In der Ruhelage gilt⁹

$$\begin{aligned} V(q_s, 0, \theta_s, 0) &= V_g(q_s) - V_{\bar{g}}(\theta_s) \\ &\quad + \frac{1}{2}(\theta_s - q_s)^T K(\theta_s - q_s) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Der kinetische Anteil von $V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta})$

$$V_{kin} = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T B_\theta \dot{\theta}$$

ist bezüglich $\dot{q}$ und $\dot{\theta}$ positiv definit, da die Massenmatrix positiv definit ist. Um zu zeigen, dass $V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta})$ positiv definit ist, muss also nur noch gezeigt werden, dass auch der Potentialanteil

$$V_{pot}(q, \theta) = V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta}) - V_{kin} \quad (37)$$

bezüglich q und θ positiv definit ist.

Hierfür betrachte man vorerst nur den Anteil der potentiellen Energie zufolge von K . Um die Schreibweise zu vereinfachen, wird im Folgenden $\bar{q}$ statt $\bar{q}(\theta)$ geschrieben.

$$V_K = \frac{1}{2}(\theta - q)^T K(\theta - q) \quad (38)$$

$$= \frac{1}{2}(\theta - \bar{q} + \bar{q} - q)^T K(\theta - \bar{q} + \bar{q} - q) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} g(\bar{q})^T K^{-1} g(\bar{q}) + \frac{1}{2} (\bar{q} - q)^T K(\bar{q} - q) \\ &\quad + (\bar{q} - q)^T g(\bar{q}). \end{aligned} \quad (40)$$

Hierbei wurde die Beziehung $K(\theta - \bar{q}) = g(\bar{q})$ verwendet, die im Gegensatz zu (11) immer (also nicht nur in Ω) gilt. Die potentielle Energie lässt sich also (mit (17)) folgendermaßen anschreiben

$$\begin{aligned} V_{pot}(q, \theta) &= V_K + \frac{1}{2} \tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta) \\ &\quad + V_g(q) - V_{\bar{g}}(\theta) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} &= V_K + \frac{1}{2} \tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta) \\ &\quad + V_g(q) - V_{\bar{g}}(\bar{q}) - \frac{1}{2} g(\bar{q})^T K^{-1} g(\bar{q}) \end{aligned} \quad (42)$$

Wegen E 3 kann nun die folgende Abschätzung gemacht werden:

$$\begin{aligned} V_{pot} &\geq \frac{1}{2} (\bar{q} - q)^T K(\bar{q} - q) + \frac{1}{2} \tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta) \\ &\quad - |V_g(q) - V_{\bar{g}}(\bar{q}) - (q - \bar{q})^T g(\bar{q})| \\ &\geq \frac{1}{2} (\bar{q} - q)^T (K - \alpha I) (\bar{q} - q) + \frac{1}{2} \tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta) \end{aligned} \quad (43)$$

⁸ Dies wird durch die Einschränkung auf den nichtredundanten und nichtsingulären Fall ermöglicht.

⁹ Man beachte, dass in der Ruhelage gemäß (13) $q_s = \bar{q}(\theta_s)$ gilt.

Die rechte Seite der letzten Ungleichung ist nun, wegen $\|K\| > \alpha$ aus E 4, für alle (q, θ) positiv semidefinit. Der Bereich, in dem der Term $\tilde{x}(\theta)^T K_x \tilde{x}(\theta)$ (in θ) positiv definit ist, bestimmt schließlich das Gebiet, in dem die Lyapunov-Funktion positiv definit ist. Somit sind für den Fall einer allgemeinen Vorwärtskinematik für die kartesische Impedanzregelung nur lokale Aussagen möglich.

5.2.3 Ableitung der Lyapunov-Funktion

Die zeitliche Ableitung von $V(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta})$ entlang der Lösungen des Systems (21)–(22) ist für $\tau_{ext} = 0$ durch

$$\dot{V}(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta}) = \dot{S}_q + \dot{S}_\theta = -\dot{x}^T D_x \dot{x} \quad (44)$$

gegeben. Nachdem die Matrix D_x positiv definit ist, ist die Ruhelage stabil. Die asymptotische Stabilität folgt aus dem Invarianzprinzip von Krasovskii–LaSalle [7]. Demnach konvergiert das System in die größte positiv invariante Menge, für die $\dot{x} = 0$ gilt. Anhand der Systemgleichungen erkennt man, dass diese größte positiv invariante Menge die Ruhelage selbst ist. Somit ist das System asymptotisch stabil.

5.2.4 Abschließende Bemerkungen

- Im Gegensatz zu bisherigen Arbeiten werden hier, abgesehen von der positiven Definitheit, keine Einschränkungen bezüglich der Wahl der Steifigkeitsmatrix K_x getroffen.
  - Die Größe des Einzugsbereiches hängt von der Wahl der Abbildung f ab und ist dadurch im Allgemeinen nur sehr schwer abzuschätzen.
- Für den Fall einer Gelenkimpedanzregelung gilt die Stabilitätsaussage jedoch auch global.

6 Erweiterungen

6.1 Verallgemeinerung auf vollständige Zustandsrückkopplung

Betrachtet man den Impedanzregler auf Gelenkebene (3), (4) mit der zusätzlichen Gravitationskompensation $\tilde{g}(\theta)$ so sieht man, dass man das Regelgesetz auch als

$$\tau_m = -K_P(\theta - \theta_s) - K_D\dot{\theta} + K_T(\tilde{g}(\theta) - \tau) + \tilde{g}(\theta)$$

umschreiben kann, mit $K_P = BB_\theta^{-1}K_\theta$, $K_D = BB_\theta^{-1}D_\theta$, $K_T = BB_\theta^{-1} - I$. So gesehen, handelt es sich um einen Regler mit partieller Zustandsrückführung (als Zustandsgrößen kann man z.B. $\{\dot{\theta}, \theta, \dot{\tau}, \tau\}$ wählen) und mit konstanten Reglerparametern. Es besteht also eine direkte Verbindung zwischen dieser Reglerstruktur und dem Zustandsregler mit konstanten Parametern aus [1], wo zur Positionsregelung ein Regelgesetz der Form

$$\tau_m = -K_P(\theta - \theta_s) - K_D\dot{\theta} + K_T(g(q_0) - \tau) - K_S\dot{\tau} + g(q_0) \quad (45)$$

eingeführt wurde. Der wesentliche Unterschied im Regelgesetz auf Gelenkebene besteht in der Art der Gravitationskompensation ($g(q_0)$ anstatt $\tilde{g}(\theta)$), sowie der zusätzlichen

Rückführung der Drehmomentableitung $\dot{\tau}$. Die in dieser Arbeit vorgestellte Entwurfsidee liefert eine physikalische, passivitätsbasierte Interpretation der Drehmomentrückführung und eine einfache und intuitive Vorgabe von Gelenksteifigkeiten und Impedanzverhalten (vergleiche [2]), mit einer impliziten Vorgabe der Dynamik des gesamten geschlossenen Regelkreises. Die Gesamtdynamik approximiert die gewünschte Impedanzdynamik umso besser, je kleiner B_θ gewählt werden kann. Man bemerke, dass es auch durch eine vollständige Zustandsrückführung nicht möglich ist, gleichzeitig die abtriebsseitige Sollsteifigkeit (Störverhalten) und die Dynamik des geschlossenen Regelkreises (Führungsverhalten) frei zu gestalten. Dazu ist die Messung und Rückführung des externen Drehmomentes τ_{ext} (oder der Beschleunigung $\ddot{q}$) notwendig.

6.1.1 Berücksichtigung von Gelenkdämpfung und Rückführung der Ableitung der Drehmomente

Der Regler (45) wurde für ein Robotermodell aufgestellt, das in (1), (2) zusätzlich eine positiv definite Gelenkdämpfungsmatrix D parallel zur Gelenkelastizität berücksichtigt:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_{ext} \\ B\ddot{\theta} + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} = \tau_m \quad (46)$$

Dieser Dämpfungsanteil, obwohl oft praktisch relevant, wird in den meisten Arbeiten ignoriert, um ein exakt eingangs-zustandslinearisierbares, somit vollständig entkoppelbares System zu erhalten. Da die Analyse des Reglers in der vorliegenden Arbeit auf Passivitätseigenschaften des Systems beruht, kann hier, analog zu [1], die Dämpfung problemlos berücksichtigt werden. Erweitert man (3) um eine Rückführung der Ableitung der Drehmomente:

$$\tau_m = BB_\theta^{-1}u + (I - BB_\theta^{-1})(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}), \quad (47)$$

so werden die Gleichungen des geregelten Systems zu

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_{ext} \quad (48)$$

$$B_\theta\ddot{\theta} + J(\theta)^T(K_x\tilde{x}(\theta) + D_x\dot{x}) + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} = 0. \quad (49)$$

Um die Passivität der Teilsysteme aus Abschnitt 5.1 zu zeigen, betrachte man wiederum die Speicherfunktionen S_q und S_θ aus (26) und (28). Für deren zeitliche Ableitungen entlang der Lösungen der Systemgleichungen erhält man nun (mit $\tau_a = \tau + DK^{-1}\dot{\tau}$):

$$\dot{S}_q = \dot{q}^T(\tau_a + \tau_{ext}), \quad (50)$$

$$\dot{S}_\theta = -\dot{x}^T D_x \dot{x} - \dot{\tau}^T K^{-1} DK^{-1} \dot{\tau} - \dot{q}^T \tau_a. \quad (51)$$

Daraus folgt unmittelbar, dass (48) eine passive Abbildung $(\tau_a + \tau_{ext}) \rightarrow \dot{q}$ und (49) eine passive Abbildung $\dot{q} \rightarrow -\tau_a$ ist. Die restliche Stabilitätsanalyse kann analog zu Abschnitt 5.2 geführt werden.

Bemerkungen:

- Es lässt sich zeigen, dass die asymptotische Stabilität erhalten bleibt, wenn in (47) D mit einer beliebigen Verstärkung K_S ersetzt wird, sofern die Bedingung

$D > 1/4 (K_S - D) (I - B_\theta B^{-1}) (J(\theta)^T D_x J(\theta))^{-1} (I - B_\theta B^{-1}) (K_S - D)$ eingehalten wird.

- Die vorgeschlagene Reglerstruktur kann als kaskadierte Regelung mit innerer Drehmomentschleife und äußerer Motorpositionsschleife angesehen werden. Allerdings ist es hier nicht erforderlich, einschränkende Argumente der singulären Störtheorie zu benutzen, die Stabilitätsaussagen sind für beliebige Gelenksteifigkeiten gültig und erfordern nicht eine langsamere Dynamik der äußeren Schleife.

6.2 Vorgabe einer abtriebsseitigen Steifigkeit

6.2.1 Betrachtung in Gelenkkoordinaten

Betrachtet man lediglich die Ruhelagen des Systems¹⁰, so lassen sich die motorseitige Position θ_0 und die abtriebsseitige Position q_0 eindeutig als Funktion der externen Drehmomente τ_{ext} angeben. In der bisherigen Auslegung der Impedanz (4) wurde die Sollsteifigkeit K_θ als Verhältnis zwischen den externen Drehmomenten τ_{ext} und der motorseitigen Position θ_0 vorgegeben $K_\theta = (\partial \theta_0 / \partial \tau_{ext})^{-1}$. Im Allgemeinen ist man aber an der Steifigkeit $K_e = (\partial q_0 / \partial \tau_{ext})^{-1}$ interessiert.

Aus (5) und (6) mit zusätzlicher Gravitationskompensation, lässt sich dann die Beziehung

$$K_e = (K_\theta^{-1} + K^{-1})^{-1} \quad (52)$$

ableiten. Somit kann man aus einer vorgegebenen positiv definiten Matrix K_e die erforderliche Matrix K_θ direkt errechnen:

$$K_\theta = (K_e^{-1} - K^{-1})^{-1}. \quad (53)$$

Die abtriebsseitige Steifigkeit K_e muss dabei natürlich so gewählt werden, dass K_θ positiv definit ist.

6.2.2 Betrachtung in kartesischen Koordinaten

Während die Vorgabe der Gelenksteifigkeiten exakt möglich ist, kann für die kartesischen Steifigkeiten nur eine Approximation angegeben werden.

Es wird nun angenommen, dass die externen Drehmomente τ_{ext} in Form von externen Kräften und Momenten F_{ext} gegeben sind, welche am Roboter-Endeffektor angreifen. Somit geht F_{ext} über $\tau_{ext} = J(q_0)^T F_{ext}$ in die Ruhelagenbedingungen für θ_0 und q_0 ein.

Durch den Impedanzregler (20) wird die Steifigkeit $K_x = (\partial x(\theta_0) / \partial F_{ext})^{-1}$ festgelegt, während man eigentlich $K_{e,x} = (\partial x(q_0) / \partial F_{ext})^{-1}$ vorgeben möchte.

Dies kann, analog zu (53), in der Umgebung der Sollposition x_s , also für kleine Abweichungen $\tilde{x}$, näherungsweise (mit $J(q_0) \approx J(\theta_0) \approx J(q_s) \approx J(\theta_s)$) durch die Wahl

$$K_x = (K_{e,x}^{-1} - J(\theta_s) K^{-1} J(\theta_s)^T)^{-1} \quad (54)$$

erreicht werden. Dabei muss natürlich wieder darauf geachtet werden, dass K_x positiv definit bleibt.

¹⁰ für den allgemeinen Fall $\tau_{ext} \neq 0$

7 Experimente

In diesem Abschnitt werden zwei Experimente zur Validierung der vorgeschlagenen Reglerstruktur durchgeführt. Die Experimente beziehen sich auf zwei typische Applikationsbereiche für die Impedanzregelung: die stabile und sichere Interaktion des Roboters mit Menschen und der Kontakt mit unbekannten passiven Umgebungen.

7.1 Experiment 1:

Interaktion mit menschlichem Benutzer

Das erste Experiment soll die Genauigkeit der geregelten kartesischen Impedanz bei der Interaktion mit einem aktiven menschlichen Benutzer überprüfen. Die kommandierten kartesischen Steifigkeiten K_x sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Der Roboter soll ein deutlich nachgiebigeres Verhalten in x -Richtung als in y -Richtung aufweisen. Die Werte der Dämpfung für jede einzelne kartesische Richtung sind so gewählt, dass das System (quasi-stationär behandelt) kritisch gedämpft ist. Da die Massenmatrix eine Funktion der Roboterposition ist, muss hierfür die Dämpfungsmatrix abhängig von der Sollsteifigkeit und der momentanen Massenmatrix zyklisch aktualisiert werden. Aus Platzgründen wird hier für weitere Einzelheiten bezüglich der Dämpfungsauslegung auf [3] verwiesen.

Der Benutzer fasst während des Experiments den Roboter am Endeffektor an und übt Kräfte (hauptsächlich) in der $x-y$ Ebene aus. Die Kräfte werden mit einem (sechsdimensionalen) Kraft-Momentensensor an der Spitze des Roboters gemessen.¹¹ Der aufgenommene Kräfteverlauf ist in Bild 5 dargestellt. In Bild 6 sind die dazugehörigen Positionsverläufe aufgezeichnet. In Bild 7 und Bild 8 sind die Kraft-Weg-Kennlinien jeweils für die x - und y -Richtung,

¹¹ Es sei darauf hingewiesen, dass der Sensor am Endeffektor nur zur Messung der externen Kräfte für die Validierung, nicht aber zur Regelung benutzt wird.

Bild 4: DLR-Leichtbauroboter in der Versuchsanordnung.

Tabelle 1: Sollwerte der diagonalen kartesischen Steifigkeitsmatrix für das Experiment 1.

x	y	z	roll ¹²	pitch	yaw
800	5000	5000	300	300	300
$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$

Bild 5: Durch den Benutzer auf den Roboter ausgeübter Kraftverlauf (durchgezogen: Kraft in x-Richtung, strichliert: Kraft in y-Richtung, punktiert: Kraft in z-Richtung).

Bild 6: Aus den antriebsseitigen Gelenkwinkeln berechnete kartesische Positionsabweichung des Endeffektors von der Sollposition (durchgezogen: Abweichung in x-Richtung, strichliert: Abweichung in y-Richtung, punktiert: Abweichung in z-Richtung).

zusammen mit der gewünschten statischen Kennlinie dargestellt. Man erkennt, dass die mittlere Steigung der Messung mit der gewünschten Steigung sehr gut übereinstimmt. Das "Hystereseverhalten" ist durch die Dämpfung des Systems verursacht und entspricht der kommandierten kritischen

¹² Die Werte der Rotationssteifigkeiten sind in den Experimenten hoch gesetzt worden, sodass die Wahl der Orientierungsdarstellung (siehe auch [13]) für den Endeffektor keine bedeutende Rolle spielt.

Bild 7: Position und Kraft in x-Richtung. Die lineare Kennlinie (strichliert) stellt die vorgegebene Sollsteifigkeit dar. Die gepunktete Kurve ist das Ergebnis der Simulation.

Bild 8: Position und Kraft in y-Richtung. Die lineare Kennlinie (strichliert) stellt die vorgegebene Sollsteifigkeit dar. Die gepunktete Kurve ist das Ergebnis der Simulation.

Dämpfung. Um dies nachzuweisen, wurde der Messkurve eine Simulationskurve überlagert. Bei der Simulation wird die gemessene Kraft als Eingang in ein System mit der Sollimpedanz aufgeschaltet.¹³ Man sieht, dass die Messungen mit den Simulationen sowohl für geringe als auch für hohe Steifigkeiten trotz der Anfälligkeit eines solchen Integrationsverfahrens bezüglich Offsets in der Kraftmessung gut übereinstimmen.

7.2 Experiment 2: Aufprall auf eine steife Oberfläche

Das zweite Experiment soll die Effizienz der Impedanzregelung bei einer Kollision des Roboters mit einer starren

¹³ Die Simulation enthält einige Vereinfachungen: $M(q)$ und $J(q)$ werden für diese Bewegung als konstant angenommen. Es wird auch zusätzlich ein vereinfachtes Modell der Coulomb-Reibung berücksichtigt.

Oberfläche nachweisen. Dem Manipulator wird eine Bewegung in vertikaler z -Richtung kommandiert. Der Roboter prallt auf eine Holzoberfläche auf und baut eine Kraft auf, die proportional zum Positionsfehler ist. Die Steifigkeiten aus diesem Experiment sind in Tabelle 2 zusammengefasst. In z -Richtung wird eine geringe Steifigkeit eingestellt, um eine geringe Kraft beim Aufprall zu verursachen. Das System ist auch diesmal kritisch gedämpft.

In den Bildern 9 und 10 ist die Position bzw. die Kraft in z -Richtung dargestellt. Man bemerkt, dass die Dauer der

Tabelle 2: Sollwerte der diagonalen kartesischen Steifigkeitsmatrix für das Experiment 2.

x	y	z	roll	pitch	yaw
5000	5000	700	300	300	300
$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$

Bild 9: Positionsverlauf in z -Richtung beim Aufprall-Versuch (durchgezogen: gemessene Position, strichliert: Sollposition).

Bild 10: Kraftverlauf in z -Richtung beim Aufprall-Versuch.

anfänglichen Kraftspitze, die zum Abbau der kinetischen Energie notwendig ist, sehr kurz ist. Sie ist kürzer als die Abtastzeit des Kraft-Momentensensors, die 6 ms beträgt. Dies ist einerseits durch die Leichtbauweise des Armes möglich, andererseits wird durch die Drehmomentenrückführung die motorseitige Masse erheblich reduziert, und somit die äquivalente abtriebsseitige kartesische Masse in z -Richtung um ca. den Faktor 3 verringert. Zusätzlich ist darauf hinzuweisen, dass dank der Passivitätseigenschaften des Reglers, sowie der hohen Taktzeit der Drehmomentenrückführung ($340 \mu\text{s}$), der Roboter keine Stabilitätsprobleme bei der Kontaktaufnahme aufweist. Solche Probleme beim Aufprall mit hoher Geschwindigkeit sind bei Industrierobotern mit Kraftregelung (Messung am Endeffektor) oft vorhanden und erfordern eine Reduzierung der Annäherungsgeschwindigkeit.

8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein physikalisch motivierter Ansatz zur kartesischen Impedanzregelung von Robotern mit elastischen Gelenken beschrieben. Die Stabilitätsanalyse basiert auf den Passivitätseigenschaften des Systems. So wurde gezeigt, dass der geschlossene Regelkreis als Zusammenschaltung passiver Teilsysteme dargestellt werden kann. Dadurch ist die Regelung robust gegenüber Modellungenauigkeiten in der Starrkörperdynamik, gegenüber Lastschwankungen und beim Kontakt mit passiven Umgebungen. Der Ansatz bietet einen einfachen und intuitiven (weil physikalisch interpretierbaren) Weg, die Reglerverstärkungen für eine gewünschte Sollimpedanz zu wählen. Die Kompensation der Gravitationsmomente abhängig von der aktuellen Roboterposition anstatt von der Sollposition sichert die Stabilität auch bei geringen Sollsteifigkeiten. Durch die Rückführung des abtriebsseitigen Drehmoments (zusätzlich zur üblichen Rückführung der Motorposition), kann die Qualität der Regelung deutlich erhöht werden. Zur experimentellen Bestätigung des Regelkonzeptes wurden zwei Versuche vorgestellt, bei denen der Roboter mit einem menschlichen Benutzer und mit einer starren Umgebung interagiert.

Literatur

- [1] A. Albu-Schäffer and G. Hirzinger, „A Globally Stable State-feedback Controller for Flexible Joint Robots“, *Journal of Advanced Robotics, Special Issue: Selected Papers from IROS 2000, 2001, Vol. 15, Nr. 8, pp. 799–814.*
- [2] A. Albu-Schäffer, „Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme“, *Dissertation, Technische Universität München, April, 2002.*
- [3] A. Albu-Schäffer, C. Ott, U. Frese and G. Hirzinger, „Cartesian Impedance Control of Redundant Robots: Recent Results with the DLR-Light-Weight-Arms“, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 2003, Taipei, Taiwan, pp. 3704–3709.*
- [4] M. Spong, „Modeling and Control of Elastic Joint Robots“, *IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, Vol. 3, pp. 291–300.*

- [5] S. Stramigioli, „Modeling and IPC Control of Interactive Mechanical Systems: A Coordinate-free Approach“, *Springer-Verlag*, 2001.
- [6] P. Tomei, „A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints“, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, Vol. 35, pp. 1208–1213.
- [7] M. Vidyasagar, „Nonlinear Systems Analysis“, *Prentice-Hall*, 2nd ed., 1993.
- [8] A. van der Schaft, „ L_2 -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control“, *Springer-Verlag*, 2nd ed., 2000.
- [9] A. Kugi, „Non-linear Control Based on Physical Models“, *Springer-Verlag*, 2001.
- [10] A. Sciavicco and B. Siciliano, „Modeling and Control of Robot Manipulators“, *McGraw-Hill Companies*, 1996.
- [11] N. Hogan, „Impedance Control: An approach to manipulation, Part I – Theory, Part II – Implementation, Part III – Applications“, *Journ. of Dyn. Systems, Measurement and Control*, 1985, Vol. 107, pp. 1–24.
- [12] M.W. Spong, „Adaptive Control of flexible Joint Manipulators“, *Systems and Control Letters*, 1989, Vol. 13, pp. 15–21.
- [13] C. Natale, „Interaction Control of Robot Manipulators: Six-Degrees-of-Freedom Tasks“, *Springer Verlag*, 2003.
- [14] A. De Luca and P. Tomei, „Elastic Joints“, Chapter 4 in C. de Wit, B. Siciliano and G. Basin, „Theory of Robot Control“, *Springer Verlag Berlin*, 1996.
- [15] L. Zollo, B. Siciliano, A. De Luca, E. Guglielmelli and P. Dario, „Compliance Control for a Robot with Elastic Joints“, *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Robotics, Coimbra, Portugal, 2003*, pp. 1411–1416.

Manuskripteingang: 13. Januar 2004.

Dipl.-Ing. Christian Ott arbeitet als Doktorand am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. Hauptarbeitsgebiete: Impedanzregelung, Nichtlineare Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, 82234 Weßling,
E-Mail: christian.ott@dlr.de

Dr.-Ing. Alin Albu-Schäffer arbeitet am Institut für Robotik und Mechatronik im DLR. Seine Forschungsschwerpunkte liegen auf den Gebieten der Robotermodellierung und -regelung, nichtlineare und passivitätsbasierte Regelung, Roboter mit elastischen Gelenken, Impedanzregelung, Systeme mit Kraftrückkopplung.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, 82234 Weßling,
E-Mail: alin.albu-schaeffer@dlr.de

Univ.-Prof. Dr.-techn. Andreas Kugi ist Leiter des Lehrstuhls für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Universität des Saarlandes. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung und Regelung nichtlinearer physikalischer Systeme.

Adresse: Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, Universität des Saarlandes, Postfach 151150, 66041 Saarbrücken,
E-Mail: andreas.kugi@lsr.uni-saarland.de

Prof. M.Sc. Ph.D. Stefano Stramigioli arbeitet als Associate Professor am *Drebbel Institute of System and Control* der Universität Twente und ist Koordinator des von der europäischen Union geförderten Projekts GeoPlex. Hauptarbeitsgebiete: Robotik, Geometrische Methoden zur Modellierung und Regelung physikalischer Systeme.

Adresse: Drebbel Institute, EL-CE, University of Twente, P.O. Box 217, 7500 AE Enschede, The Netherlands,
E-Mail: S.Stramigioli@utwente.nl

Prof. Dr.-Ing. Gerd Hirzinger ist Direktor des Instituts für Robotik und Mechatronik am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, 82234 Weßling,
E-Mail: gerd.hirzinger@dlr.de