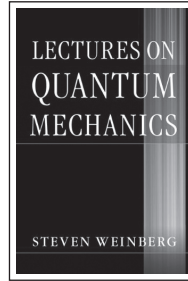


# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 7.092  
 Faculteit Wiskunde & Informatica  
 Technische Universiteit Eindhoven  
 Postbus 513  
 5600 MB Eindhoven  
[reviews@nieuwarchief.nl](mailto:reviews@nieuwarchief.nl)  
[www.win.tue.nl/wgreview](http://www.win.tue.nl/wgreview)



Steven Weinberg

**Lectures on Quantum Mechanics**

Cambridge University Press, 2013

360 p., prijs \$ 64.00

ISBN 9781107028722

Schrijver van deze recensie is (was?) een fervente belijder van het Aloude Geloof dat 'wiskunde' en 'fysica' iets met elkaar (te maken) hebben. Dit vurige geloof wordt in het hier te beschouwen leerboek voor beginners, geschreven door Steven Weinberg (Nobelprijs in 1979), flink onderuit gehaald. Dat komt vooral omdat Weinberg, meer nog dan de doorsnee-fysicus, strikt hecht aan de 'Tale der Vaad'ren'. Op zowat elke pagina duiken de woorden 'formalism', 'usual' en 'must exist' op. 'Wat zouden fysici daar toch mee bedoelen?', zo kan een mathematisch antropoloog zich menigmaal afvragen. Bij nadere beschouwing (b)lijkt het gebezigde 'formalisme' een soort 'typografisch basso continuo ritueel' te zijn. Dit ritueel bevat, in hoofdzaak, drie ingrediënten: (1) laat-achttiende-eeuws knutselen met infinitesimalen, (2) typografische bewerkingen die aan lineaire algebra doen denken, met daarin vaak  $\sum$ -tekens vervangen door  $\int$ -tekens en  $\delta_{mn}$  vervangen door  $\delta(x-y)$ , ('orthogonaliteit'), (3) rekenen met 'operatoren' via omgangsvormen die sterk doen denken aan de standaardmanipulaties met eindigdimensionale Hermitische en unitaire matrices. Bij dit alles is er geen enkele bekommernis om 'scherpslijperijen' als existentie, consistentie, en uniciteit. Een veelheid van operator-identiteiten wordt de facto bij decreet vastgesteld.

Het spannende is dat deze rituelen niet zelden mathematisch geïnterpreteerd kunnen worden, zie onder anderen M. Reed en B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics* (Academic Press, 1980), S.J.L. van Eijndhoven en J. de Graaf, *A Mathematical Interpretation of Dirac's Formalism* (North-Holland, 1986), W. Thirring, *Quantum Mechanical Physics* (Springer, 2002). Even vaak echter loop je tegen grove inconsistenties aan. Een 'formalisme' lijkt dan ook meer een wat vage filosofische leidraad, waar in concretere situaties een meer wiskundige invulling aan gegeven wordt. John von Neumann heeft daar tachtig jaar geleden al een stevig begin mee gemaakt, maar Weinberg trekt zich daar helemaal niks van aan. De overall resultaten van het 'formalisme' zijn echter wonderbaarlijk: er wordt een schitterend kunstwerk mee geschapen.

Zouden beginnende wiskundigen, die wat kwantummechanica willen leren, iets aan dit indrukwekkende 'beginnersboek' kunnen hebben? Het antwoord is zeker 'ja' als iemand de moeite zou nemen het onderhavige leerboek, *puur op didactische gronden*, consequent van wiskundig-duidende voetnoten (metaforen) te voorzien. Deze zouden dus niet zozeer 'scherpslijperijen' moeten betreffen, maar vooral 'klaarblijkelijke veronderstellingen', die vaak pas vele bladzijden verderop terloops aangeduid worden. Indien al!

Ik ga nu kort in op enkele spetterende eleganties en discrepanties in dit rijke boek. Het boek begint met een prachtige en zeer leesbare beschouwing over de onvermijdelijke opkomst van de kwantummechanica. Veel beter dan *Quantum Mechanics* van Landau en Lifshitz (Pergamon Press, Oxford, 1977) of Messiahs

*Quantum Mechanics* (2 volumes, North-Holland, 1961). Op pagina 4 (Rayleigh–Jeans–Planck) blijkt de ‘ultravioletcatastrofe’ te verdwijnen als je een integraal vervangt door een (oneigenlijke) Riemanssom met stapjes  $h$ . De ultravioletcatastrofe in de formule wordt hierdoor bezworen. Kortom, de kwantummechanica begint met een discretisatie van een integraal! Voorts zijn er goede losse historische beschouwingen: experimentele interpretaties (3.7), elektronenspin (hoofdstuk 4), entanglement, Bell-ongelijkheden (hoofdstuk 12).

Hoofdstuk 3 begint met te melden dat ‘fysische toestanden’ kunnen worden voorgesteld als abstracte vectoren in een complexe vectorruimte waarin discrete en continue superposities mogelijk zijn. Weinberg specificeert deze ruimte niet, en voert er ook geen apart symbool voor in. Het is wel de bedoeling dat deze ruimte, die door Weinberg steevast ‘Hilbertruimte’ wordt genoemd, allerlei singuliere elementen bevat. Zoals  $\Delta$ -functies, de Fouriergetransformeerden daarvan en, kortom, alle vrije toestanden van Hamilton-operatoren. Voor beginnende wiskundigen is dit, op zijn minst, erg verwarrend. Operatoren (observabelen) worden geacht te werken op ‘any vector’ van de ‘Hilbert space’ (p. 61). Gelukkig zijn de beschouwingen over unitaire operatoren goed lokaal leesbaar.

Het H-atoom en de harmonische oscillator worden expliciet doorgerekend. Wat betreft uitgewerkte rekenvoorbeelden is het boek van Landau en Lifshitz veel uitgebreider en aantrekkelijker. De sferische harmonischen worden, traditiegetrouw, wat moeizaam verkregen via bolcoördinaten en ‘geassocieerde Legendre-functies’.

Voor wat betreft de grondbeginselen van de kwantummechanica, uitgaande van de basispostulaten over observabelen (hermitische operatoren) en (unitaire) symmetrieën, wordt de plaatsoperator tevoorschijn getoverd en wordt buitengewoon elegant uitgelegd waar de canonieke commutatierelaties  $X_i P_j - P_j X_i = i\delta_{ij}$  vandaan komen (p. 74). De rituelen rond de verwerving van de overige commutatierelaties in de hoofdstukken 3 en 4 zijn dan weer wat duister. Wat is een ‘vector’ eigenlijk?

De elektronenspin wordt in Hoofdstuk 4 elegant behandeld als een soort ‘restverschijnsel’, dat overblijft na ‘aftrek van het impulsmoment’. De representaties van  $SO(3)$  in  $SU(2)$  worden nergens expliciet gemaakt. De Pauli-matrices komen pas terloops tevoorschijn op p. 107.

Kwantummechanica is storingsrekening. De hoofdstukken 5–8 gaan daar over. Wat betreft de spectrale berekeningen is veel hiervan ook al in het boek van Landau en Lifshitz te vinden. Wat betreft verstrooiingstheorie duidt aan het begin van Hoofdstuk 7 de *Lippmann–Schwinger-vergelijking* op. Helaas zijn de rituelen er omheen voor buitenstaanders zo goed als ondoorgroendelijk. Zelfs de *kale formulering* van deze vergelijking wordt pas een heel eind verderop duidelijk, (7.2.3), (8.1.16), (8.1.22). Het lijkt alsof Weinberg hier zijn prullenbak heeft leeggeschud.

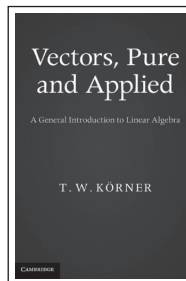
Ook bij de Feynman-padenintegraal treffen we weer een mix van buitengewone elegantie en ‘mystiek met oneindigheden en infinitesimalen’ aan. Met de auteur meevoelend dat de berekeningen ‘gewoon matrices’ betreffen blijkt de volgende beschouwing cruciaal in Weinbergs verwerving van de Feynman-padenintegraal. Uitgaande van de eigenwaarde-identiteiten  $Q\Psi_q = q\Psi_q$  en  $P\Phi_p = p\Phi_p$ , volgt op p. 291 de bewering,

$$(\Psi_q, e^{-\varepsilon iH(P,Q)} \Phi_p) = e^{-\varepsilon iH(p,q)} (\Psi_q, \Phi_p) + o(\varepsilon^2).$$

Hier stelt  $H(P, Q)$  de Hamiltonoperator voor en  $H(p, q)$  de klassieke Hamiltonfunctie. Aan weerszijden staat een inproduct tussen twee niet-normeerbare distributies, zodat de term  $o(\varepsilon^2)$  wat hilarisch aandoet. Maar hierover willen mopperen is te oneerbiedig.

Als ik veronderstel dat  $H(P, Q)$  een operator-polynoom is van de vorm  $f_1(Q)g_1(P) + \dots + f_\ell(Q)g_\ell(P)$ , dan is de uitdrukking correct in het matrixgeval! Weinberg meldt slechts dat je, wegens  $QP - PQ = i\hbar$ , alle gevallen hiertoe kunt herleiden. OK, probeer eens  $H(P, Q) = PQP = QP^2 - i\hbar P$ . De klassieke Hamiltoniaan luidt dan  $H(p, q) = qp^2 - i\hbar p$ . Hoe kom je van die tweede term af? Voor de asymptotiek  $\hbar \downarrow 0$  maakt het niet uit, maar wél voor de zoektocht naar ‘ware quantisatie’!

Voor belangstellenden stelt de recensent graag zijn ‘kladblok’ met twaalf bladzijden detailcommentaar ter beschikking (j.d.graaf@tue.nl).  
Jan de Graaf



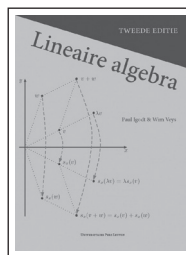
T. W. Körner

**Vectors, Pure and Applied**  
A general introduction to linear algebra

Cambridge University Press, 2013

360 p., prijs £59.99

ISBN 9781107675223



Paul Igodt, Wim Veys

**Lineaire Algebra**  
Tweede editie

Universitaire Pers Leuven, 2015

312 p., prijs € 36,00

ISBN 9789462700529

Deze twee uitstekend verzorgde boeken hebben het nodige gemeen: beide bieden een inleiding in de lineaire algebra, beide zijn gebaseerd op jarenlange ervaring, en beide verschillen aanzienlijk van de meeste Amerikaanse uitgaven. Toch zijn beide boeken absoluut niet uitwisselbaar. Het boek van Paul Igodt en Wim Veys doorloopt to-the-point en steeds goed onderbouwd in zo’n 300 overzichtelijk vormgegeven pagina’s de standaardonderwerpen stelsels lineaire vergelijkingen en matrices, determinanten, vectorruimten (met axioma’s), lineaire afbeeldingen en inproductruimten. Efficiënt geschreven en alles verantwoord met goed toegankelijke bewijzen. Af en toe is een paragraaf met toepassingen toegevoegd, bijvoorbeeld over Hammingcodes. De opgaven laten een uitgebalanceerde mix van rekenwerk en voorzichtig bewijswerk zien. Prima voor de beginnende student. Bij het boek hoort ook een digitale oefenomgeving, [www.lineairealgebra.be](http://www.lineairealgebra.be), waar je op diverse manieren multiplechoicetoetsen kunt samenstellen (met af en toe behoorlijk pittige vragen). Het boek lijkt me goed bruikbaar bij de hardere universitaire bèta-opleidingen. Ook een geïnteresseerde middelbare scholier kan er mee aan de gang.

Körners boek is gebaseerd op eerstejaars en tweedejaars cursussen uit Cambridge waarin vectoren centraal staan (maar bevat geen vectoranalyse) en graaft vanaf het begin dieper: in het eerste deel, gebaseerd op stof voor het eerste jaar, komen ‘familiar vector spaces’ aan bod en dit deel eindigt met tensoren. In het tweede deel, bestemd voor het tweede jaar, staan ‘general vector spaces’ op het programma, zoals ruimten van lineaire afbeeldingen. In een persoonlijke stijl beoogt Körner de lezer in het ‘how and why’ van de lineaire algebra in te wijden. Als het niet in de inleiding had gestaan, zou je misschien niet eens goed kunnen zeggen voor wie het boek bedoeld is. Het oogt namelijk als een boek voor professionals en het legt de lat tamelijk hoog. De schrijver laat soms via kleine tussenzinnetjes, zoals “As the reader probably knows...” (p. 16), merken dat de lezer misschien toch al wat vectormeetkunde en lineaire algebra gezien zou moeten hebben. De gebruiker dient ook een dosis wiskundige ervaring mee te nemen, want voor beginnende studenten zijn de opgaven meteen ‘uitdagend’ (bijvoorbeeld het doorrekenen van inversie met vectoren). Geen rijen met standaardexercities, maar stevige (bewijs)opgaven. Het boek is daarmee wel meteen enigszins verslavend voor ingewijden. Kortom, dit boek zou in Nederland meer bij een ‘honors’ course thuis horen. Over de titel kun je twisten, want of die toepassingen er zo van komen, is de vraag.

Hans Sterk



Gerardo Soto y Koelemeijer

**Wiskundigen mogen niet huilen**

Amsterdam University Press, 2015

141 p., prijs € 17,95

ISBN 9789089649065

Nadat ik dit interessante boek, gelardeerd met veel Engelstalige citaten, had gelezen schreef ik geïnspireerd onmiddellijk het volgende op. We zouden de durf moeten hebben om vanaf de brugklas het wiskundeonderwijs totaal om te gooien. Weg met al die overzichten van kerndoelen en kennen- en kunnenlijstjes. En waarom dan? Hier volgt een voorbeeld. Sommige mensen noemen de *abc*-formule een suffe formule (Ionica Smeets in *de Volkskrant* van 6 februari 2016). Tja, als je die formule alleen uit je hoofd moet leren en vervolgens rijtjes vierkantsvergelijkingen moet oplossen kan ik mij zo'n gedachte wel voorstellen. De geschiedenis vertellen van het oplossen van vierkantsvergelijkingen is wel degelijk interessant maar we doen dat op school niet. De vraag is: wordt er op de middelbare school nog wel echte wiskunde gegeven? Waar zijn we eigenlijk mee bezig? Veel wiskundeboeken zijn veranderd in boeken met veel bekende recepten. Onwillekeurig moet ik even denken aan het kookboek *Kleine geschiedenis van de Nederlandse keuken* van Jacques Meerman. Die geschiedenis van de recepten maakt het boek zo leuk. Geschiedenis, daar gaat het ook om. Voor de brugklas zou je slechts één doelstelling moeten hebben: leren wat wiskunde is. Mijn oude professor Johan J. de Longh zei ooit: “Wiskunde leer je door wiskunde te doen.” Maar wat is dat dan ‘wiskunde doen’? Dat is toch niet hetzelfde als steeds maar bereke-

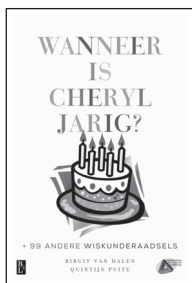
ningen maken en vierkantsvergelijkingen oplossen? Schaf het boek in de brugklas af. Geef de docent tijd om zijn les voor te bereiden en ideeën te ontwikkelen. Geef leerlingen de tijd om zich echt in een probleem te verdiepen. Maak van het wiskundelokaal ook echt een wiskundewerklokaal waar geknipt en geplakt kan worden, zo nodig gezaagd, waar samen een spel gespeeld kan worden. Waar ruimte en tijd is voor mislukkingen. Waar je leert om met frustratie om te gaan en waar gewerkt wordt aan het vergroten van je doorzettings- en oplossend vermogen.

Zo beste lezer, dat is eruit. Dat heeft het boek met mij gedaan. Ben ik nu een fantast of een surrealist? Dat is niet belangrijk. Wat wel belangrijk is: “Is het een goed boek?” “Ja!”, het heeft mij aan het denken gezet, wat u er ook van denkt. Jaren geleden las ik het boek *Het meten van de wereld*, geschreven door de Duitse schrijver Daniel Kehlmann. De hoofdrolspelers in het boek zijn ontdekkingsreiziger Alexander Von Humboldt en de wiskundige Carl Friedrich Gauss. Voor mij was dit boek een pageturner en dat had niet op de laatste plaats te maken met het afwisselende patroon van een hoofdstukje Gauss, een hoofdstukje Humboldt en ga zo maar door. Deze aanpak heeft Koelemeijer ook toegepast met zijn ‘Meesters van het spel’ schaker Bobby Fisher versus wiskundige Alexander Grothendieck. Het zijn nu geen hoofdstukken, maar paragrafen die elkaar afwisselen.

Hetzelfde gebeurt bij de beschrijving van het tweetal de voetballer Diego Maradona en de wiskundige Andrew John Wiles. Ik zou echter de auteur tekort doen om alleen hiermee de vraag ‘waarom het boek zo boeiend is’ te verklaren. Koelemeijer kan gewoon goed schrijven. Het zal wel te maken hebben gehad met het feit dat hij twee disciplines wist te combineren: literatuurwetenschap en wiskunde. En daar komt nog een mooi filosofisch laagje overheen. Want dat is toch de kernvraag in het boek — het begint en eindigt ermee — “Wat is wiskunde?” Natuurlijk krijgen we geen afgebakend antwoord. De auteur, denk aan zijn andere discipline, vergelijkt het met de vraag “Wat is literatuur?” We kunnen de vragen slechts beantwoorden door verschillende aspecten van de wiskunde of van de literatuur te laten zien. Aan de hand van de loopbanen van Wiles en Grothendieck wordt dat deels zichtbaar. Hoe kijken zij tegen de wiskunde aan? Het is ook interessant om te lezen hoe de auteur de verrassende parallellen blootlegt met grootheden uit de (denk)sportwereld. Het is niet alleen een kwestie van talent, maar een samenspel van intelligentie, kennis, inzicht en doorzettingsvermogen, schrijft de auteur. Ik had het daarom niet raar gevonden als de titel van het boek ‘Wat is wiskunde?’ was geweest. Toegegeven, ‘huilen of juist niet huilen’ is wel een aandachtstrekker. Op pagina 90 wordt beschreven — een aardige anekdote voor leerlingen — waarom wiskundigen niet mogen huilen. Het is leuk en leerzaam om meningen en vragen uit de klas op te schrijven en bekend te maken. De bekendste vragen zijn natuurlijk toch “Meneer, waarom moeten we dit leren?” en “Wat is het nut van wiskunde?” Het zijn wel vragen die na de invoering van wiskunde A en B veel minder gesteld worden. Leerlingen zijn nu veel beter op de hoogte van de wiskundige toepassingen in de sportwereld, op het gebied van de gezondheid, in de economie en in de industrie. Wordt wiskunde nu bedacht of ontdekt? Waar ligt de oorsprong van de wiskunde? Waar komt de noodzaak van het tellen vandaan? Wat is een getal? Wordt wiskunde aangeleerd of bestaat er in het brein van de mens bij de geboorte al een zekere aanleg? Hoe vergaat de cognitieve psychologische ontwik-

keling bij kinderen (Jean Piaget)? Zijn mensen de enige wezens die bekwaamheid kunnen hebben in numerieke aangelegenheden? Ik citeer de auteur: “Zelf raak ik enthousiaster wanneer ik een mooi verhaal vertel over Leibniz en Newton, dan wanneer ik de standaardafgeleiden op het bord schrijf die de leerlingen uit het hoofd moeten leren.” Dan volgt er een ijzersterk stuk over de oudste vorm van onderwijs: het vertellen van verhalen. Hier kan geen iPad of game tegen op. De auteur houdt een pleidooi om wiskunde te onderwijzen met behulp van verhalen. Zijn argumentatie vind ik heel overtuigend. Maar eerst: wat voor verhalen bedoelt de auteur? Het gaat om verhalen over wiskundigen, over de geschiedenis van de wiskunde, over de ontwikkeling van bepaalde concepten binnen de wiskunde, over de raakvlakken met andere disciplines, over de filosofie van de wiskunde, over de toepassingen van de wiskunde, over vergelijkingen tussen verschillende culturen, over wiskundendidactiek en nog veel meer.

Als u denkt “daar weet ik te weinig van” of “ik weet niet zoveel om aan mijn leerlingen of studenten te vertellen” of “wat is de bedoeling van die koffievlek op de omslag” dan moet u juist dit boek aanschaffen om uw kennis aan te vullen. Dat is echter niet de enige reden. Op sectie- of vakgroepsvergaderingen worden vragen gesteld of problemen voorgelegd die een stuk gemakkelijker te beantwoorden zijn als er in de sectie of vakgroep echt eens aandacht besteed wordt aan de vraag “Wat is wiskunde?” *Jacques Jansen*



Birgit van Dalen, Quintijn Puite

**Wanneer is Cheryl jarig? + 99 andere wiskunderaadsels**

*Bertram+de Leeuw, 2015*

214 p., prijs € 14,95

ISBN 9789461561961

Wanneer is Cheryl jarig? Dat was de vraag waar velen zich het hoofd over braken, nadat een logisch-wiskundig raadsel met deze titel het internet over ging in april 2015. De vraag was afkomstig uit de ‘Singapore and Asian Schools Math Olympiad’, een wedstrijd voor scholieren van het basis- en voortgezet onderwijs. Zelfs het televisieprogramma *De Wereld Draait Door* besteedde er uitgebreid aandacht aan. Raadsels zijn nou eenmaal leuk.

Het boek *Wanneer is Cheryl jarig? + 99 andere wiskunderaadsels* sluit aan bij deze populariteit door een honderdtal wiskundige raadsels te bespreken. Sommige zijn folklore, sommige zijn nieuw verzonden en een aantal is afkomstig uit de Nederlandse Wiskunde Olympiade en de Junior Wiskunde Olympiade. Ieder raadsel is voorzien van een hint en een volledige uitwerking. De lezer dient wel te beschikken over enige zelfbeheersing, aangezien de hint telkens op dezelfde bladzijde als het raadsel staat — de uitwerkingen zijn wel afgedrukt op de achterkant.

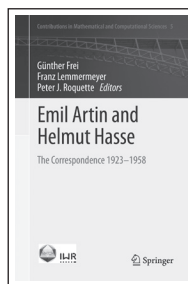
De raadsels zijn verdeeld over dertien categorieën, die betrekking hebben op de context van de vraagstelling: feesten en partijen, munten en dukaten, beestenboel, enzovoort. Persoonlijk had ik liever een opdeling naar moeilijkheid of wiskundig onderwerp gezien.

Er wordt geen kennis van specifieke wiskundige concepten vereist — een goede dosis gezond verstand en wat probleemoplossend vermogen zijn de belangrijkste ingrediënten om de raadsels op te lossen. In enkele gevallen herkent de wiskundig geschoolde lezer wellicht een bekende stelling. Zo wordt er op enig moment gevraagd of het mogelijk is dat je op een feestje met tien mensen de antwoorden 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7 en 8 krijgt als je iedereen vraagt hoeveel handen hij of zij die avond geschud heeft. De hint stuurt in de richting van de observatie dat het aantal handdrukken altijd een even getal moet zijn, een direct gevolg van de bekende stelling uit de grafentheorie dat de som van de graden altijd het dubbele is van het aantal lijnen (als we iedere persoon als punt representeren en iedere handdruk als lijn). Aangezien het totaal aantal geregistreerde handdrukken in het gegeven raadsel op 43 uitkomt, moet iemand dus wel verkeerd geteld hebben. Via de hint om eerst te kijken wat het totaal zou zijn bij een enkele handdruk, vervolgens bij een tweetal handdrukken, enzovoorts, zou ook de lezer die minder in de grafentheorie is ingewijd tot de oplossing moeten kunnen komen.

Sommige raadsels zijn betrekkelijk eenvoudig: in een la liggen 10 blauwe, 14 rode, 20 gele en 30 zwarte sokken — hoeveel sokken moet je minimaal pakken om er zeker van te zijn dat je een paar sokken van gelijke kleur te pakken hebt? Andere zijn lastiger, zoals het raadsel van de 100 gevangenen die op een lange trap staan opgesteld, ieder met een zwarte of een witte hoed op hun hoofd. Ze krijgen de opdracht om te raden wat de kleur van hun eigen hoed is (te beginnen bij de gevangene die bovenaan staat, en zo door naar beneden), maar kunnen alleen de hoeden van degenen voor hen zien. De vraag is om een strategie te verzinnen waardoor hooguit één van de gevangenen een verkeerd antwoord geeft.

Al met al zitten er raadsels bij voor ieder niveau. De hints zijn over het algemeen goed doordacht; genoeg sturing om tot het antwoord te komen, maar ook genoeg ruimte om toch nog het gevoel te hebben dat je het grotendeels zelf voor elkaar gekregen hebt. Voor de gevorderde wiskundige zullen de meeste raadsels wellicht wat aan de makkelijke kant zijn, maar met name voor docenten is het boek hartstikke leuk om zo nu en dan eens in de klas te gebruiken. Sommige raadsels kunnen al in de brugklas, terwijl andere zelfs in de zesde klas nog uitdagend zullen zijn.

*Mark Timmer*



Günther Frei, Franz Lemmermeyer,  
Peter J. Roquette (eds.)

**Emil Artin and Helmut Hasse  
The Correspondence 1923–1958**

*Contributions in Mathematical and Computational Sciences, Vol. 5*

*Springer, 2014*

xx + 484 p., prijs € 91,62

ISBN 9783034807159

Dit boek is verschenen als deel 5 in de reeks *Contributions in Mathematical and Computational Sciences*, welke is opgestart door MATCH, IWR en HGS (in het Engels vertaald respectievelijk als: The Mathematics Center Heidelberg, the Interdisciplinary Center for Scientific Computing and the Heidelberg School of

Mathematical and Computational Methods for the Sciences). De opzet van de reeks is om te berichten over ontwikkelingen van zekere onderdelen in de wiskunde die geschikt zijn om behandeld te worden in seminars, colleges, meetings, enzovoort. Ook het vakgebied zoals beschreven in het onderhavige boek valt hieronder en de inhoud ervan voldoet geheel aan bovenstaande intenties.

Het boek bevat onder meer de Engelse vertaling van alle Duitse tekst van een eerder verschenen boek uit 2008 over de Artin–Hasse Korrespondenz uit de jaren 1923–1934. Zie de recensie in het NAW, deel 5/14, nr. 4, december 2013. In de voorliggende Engelse versie is de literatuur sterk uitgebreid ten opzichte van die in de Duitse versie, en bijgewerkt tot en met het redactieslot in maart 2013. Een prettige verrassing is dat nieuwe, zeker niet algemeen bekende, foto's zijn opgenomen in de Engelse versie, waarop E. Artin, N. Artin-Brunswick, Hasse, Hecke, Hensel, E. Noether en Witt te zien zijn. De, voor zover bekend, volledige briefwisseling tussen Artin en Hasse uit de jaren 1937–1938 en 1953–1958 is toegevoegd alsmede een brief van Hasse aan Artin uit 1932 die afkomstig is uit de nalatenschap van Olga Tausski. Die brief gaat over Artins reciprociteitsstelling voor willekeurige klassenlichamen. Correspondentie van Artin aan Hasse en dito van Hasse aan Artin, beide uit de jaren 1935–1937 en 1939–1952 is nergens tot op heden teruggevonden. Uit de jaren 1923–1934 is alleen de correspondentie van Artin aan Hasse bekend (op die ene brief na dan in omgekeerde richting, zie hierboven), maar meestal valt wel op te maken uit de brieven van Artin aan Hasse wat voor onderwerpen in de richting Hasse aan Artin aan de orde kwamen. Alle correspondentie is in het hier gerecenseerde boek uitvoerig beschreven en becommentarieerd. De inhoud van het boek uit 2008 is onder de loep genomen en, daar waar nodig en gewenst, gepreciseerd en in het Engels afgedrukt in het voorliggende boek.

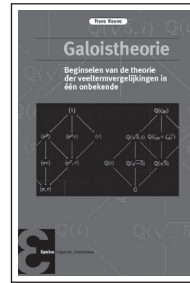
Als belangrijke onderwerpen uit de jaren 1937–1938 komen zaken over Hasses 'blauwe' boek en de klassenlichamentheorie voor. Uit de jaren 1953–1958 vernemen we onder andere van de Artin–Tate Notes over klassenlichamentheorie, over aspecten rond het congres Tokio–Nikko 1955 en voorts over berichten betreffende personen, aanstellingen aan universiteiten mitsgaders wat persoonlijke dingen.

Wat commentaar betreft door de drie auteurs/redacteuren, let bijvoorbeeld eens op de nu toegevoegde opmerkingen over intrigerende begrippen als 'abelsche Durchkreuzung' en 'Zahlenknoten', beide afkomstig van A. Scholz in de jaren rond 1925, begrippen die gerelateerd zijn aan Chebotarevs reciprociteitsstelling. Uiteraard bevat de correspondentie wiskunde, soms wat aftastend maar meestal gedetailleerd en vrijwel altijd toentertijd nieuw, zeer doorzocht en, naar we nu weten, behoorlijk belangrijk.

De wiskundige gemeenschap mag en kan zich gelukkig prijzen met alle research voor het boek zoals die door Frei, Lemmermeyer en Roquette is ondernomen. De inhoud van beide boeken (uit 2008 en 2014 dus) is onmisbaar bij het voorbereiden van colleges waar geschiedkundige en concrete wiskundige onderwerpen uit de getaltheorie en daarbuiten een rol spelen.

Beide boeken zijn zeer geschikt voor docenten en niet-eerstejaarsstudenten om hun blik te verbreden. Ook hier, net als bij het boek uit 2008, geef ik als judicium: vijf sterren, eenzame klasse.

Robert van der Waall



Frans Keune

## Galoistheorie

**Beginnels van de theorie der veeltermvergelijkingen in één onbekende**

*Epsilon Uitgaven, 2015*

184 p., prijs € 24,00

ISBN 9789050411509

Een college Galoistheorie kan men op de gangbare moderne manier inrichten en baseren op het boek *Galoissche Theorie* van Emil Artin. Men kan de theorie ook laten aansluiten bij de oorspronkelijke ideeën van Galois, de historische manier, en baseren op een college dat Richard Dedekind verzorgde in de wintersemesters van 1856 en 1857 in Göttingen; waarschijnlijk het eerste universitaire college Galoistheorie. De notities van Dedekind zijn in 1981 gepubliceerd door Winfried Scharlau; een bewerking ervan vindt men in het tweedelige boek *Von Zahlen und Größen* van Heinz Lüneburg, deel 2, pp. 417–430.

Voor een moderne benadering van de Galoistheorie kan men in plaats van het boek van Emil Artin zeker het boek van Frans Keune gebruiken. Centraal staat immers de bestudering van de groep van automorfismen van een eindige lichaamsuitbreiding die het grondlichaam invariant laten. Het boek van Keune heeft een aantal voordelen. Het is rijkelijk voorzien van voorbeelden en opgaven. Er is weinig voorkennis nodig en de taal is Nederlands. Alle begrippen en stellingen relevant voor het begrijpen van de Galoistheorie, zijn zorgvuldig en compact beschreven. Een beheersing van het ruime begrippenapparaat maakt het tevens mogelijk andere moderne boeken over de Galoistheorie snel te begrijpen. Met meer inspanning lukt het klassieke boeken te begrijpen, bijvoorbeeld het boek *Kleines Lehrbuch der Algebra* van Heinrich Weber. De Galois-resolvente wordt door Keune niet behandeld.

Omstreeks 1980 volgde ik bij Keune de colleges Galoistheorie. Het Nijmeegse collegedictaat is steeds verbeterd en vormt de basis voor het nu verschenen boek. De passer- en liniaalconstructies opgenomen in hoofdstuk 2 maakten destijds veel indruk. De mogelijkheid van de constructie van een regelmatige zeventienhoek wordt in hoofdstuk 6 aangetoond met de Galois-correspondentie. Op het voorblad van het boek is deze hoofdstelling of Galois-correspondentie afgebeeld, uiteraard met de tegengestelde inclusies. Tijdens het verloop van de colleges was spectaculair dat mede door toepassing van die hoofdstelling, van worteluitbreidingen en oplosbaarheid van groepen, een invulling gegeven werd aan *Sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux*, de titel van de beroemde mémoire van Évariste Galois die in 1846 gepubliceerd werd in de *Journal de Liouville*. Dit alles is terug te vinden in het boek.

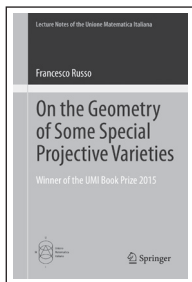
Een leeswijzer ontbreekt en zou zeker geholpen hebben om belangrijke en minder belangrijke delen te onderscheiden; de belangrijke stelling dat een Galoisuitbreiding gekarakteriseerd wordt als een splijtlichaam van een separabel polynoom, valt bijvoorbeeld niet op. Regelmatig schetste Keune in de colleges de grote lijnen van de theorie en verklaarde hij welke rol de vele begrippen en stellingen daarin speelden. Dit verhaal staat jammer genoeg niet in het boek. Het ontbreken van zo'n totaaloverzicht komt bij

meer boeken voor, zoals bij het reeds vermelde boek van E. Artin, het boek *Foundations of Galois Theory* van M.M. Postnikov en *A course in Galois Theory* van D.J.H. Garling.

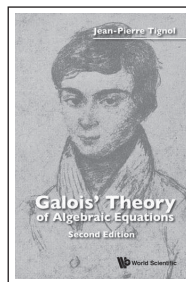
Een Nederlandse representant van een historische benadering is het digitaal beschikbare Amsterdamse proefschrift uit 1900 van

Derk Coelingh met de titel *Inleiding tot de theorie van Galois en de theorie der substitutiegroepen* (te vinden via <https://archive.org>). Het boek van Frans Keune verschilt uiteraard van dit proefschrift; het is immers een uitstekende moderne benadering van de Galois-theorie.  
*Math Dicker*

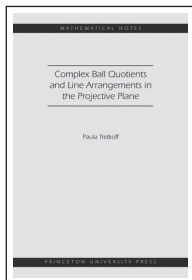
*Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan [reviews@nieuwarchief.nl](mailto:reviews@nieuwarchief.nl).*



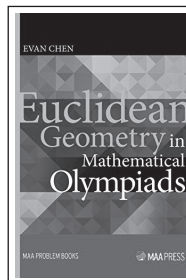
Francesco Russo  
**On the Geometry of Some Special Projective Varieties**  
Springer, 2016  
ISBN 9783319267647  
[www.springer.com/9783319267647](http://www.springer.com/9783319267647)



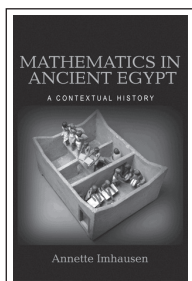
Jean-Pierre Tignol  
**Galois' Theory of Algebraic Equations 2nd Edition**  
World Scientific, 2016  
ISBN 9789810245412  
[www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/4628](http://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/4628)



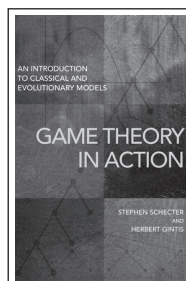
Paula Tretkoff  
**Complex Ball Quotients and Line Arrangements in the Projective Plane**  
Princeton University Press, 2016  
ISBN: 9780691144771  
[press.princeton.edu/titles/10782.html](http://press.princeton.edu/titles/10782.html)



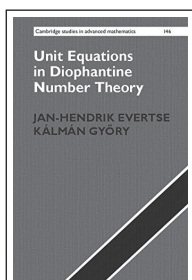
Evan Chen  
**Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads**  
MAA Problem Books  
MAA Press, 2016  
ISBN 9780883858394  
[www.maa.org/press/books/euclidean-geometry-in-mathematical-olympiads](http://www.maa.org/press/books/euclidean-geometry-in-mathematical-olympiads)



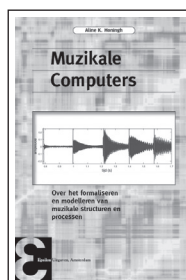
Annette Imhausen  
**Mathematics in Ancient Egypt: A Contextual History**  
Princeton University Press, 2016  
ISBN: 9780691117133  
[press.princeton.edu/titles/10648.html](http://press.princeton.edu/titles/10648.html)



Stephen Schecter, Herbert Gintis  
**Game Theory in Action: An Introduction to Classical and Evolutionary Models**  
Princeton University Press, 2016  
ISBN: 9780691167657  
[press.princeton.edu/titles/10739.html](http://press.princeton.edu/titles/10739.html)



Jan-Hendrik Evertse, Kálmán Györy  
**Unit Equations in Diophantine Number Theory**  
Cambridge Studies in Adv. Mathematics  
Cambridge University Press, 2016  
ISBN: 9781107097605  
[www.cambridge.org/9781107097605](http://www.cambridge.org/9781107097605)



Aline K. Honing  
**Muzikale Computers**  
Over het formaliseren en modelleren van muzikale structuren en processen  
Epsilon Uitgaven, 2016  
ISBN 9789050411509