

Bore-Soliton-Splash: van spektakel tot oceaangolf?



Onno Bokhove (Ir. Technische Natuurkunde, Delft; Ph.D. Physics, Toronto) is Associate Professor in de groep Mathematics of Computational Science (MaCS), Toegepaste Wiskunde, Universiteit Twente. Zijn werkveld is de analytische en numerieke toegepaste wiskunde van vloeistof- en korrelstromingen. o.bokhove@math.utwente.nl



Elena Gagarina is Ph.D. student toegepaste wiskunde bij MaCS aangaande modellering van watergolven en stromingen middels Hamiltoniaanse technieken.



Wout Zweers (Ir. Wageningen, M.Sc. Twente) is labmanager bij FabLab, Saxion Hogescholen Enschede, èn industrieel ontwerper en kunstenaar in de Rozendaal Ateliers, Roombeek.



Anthony Thornton (Ph.D. in Mathematical Science, Manchester) is Assistant Professor bij de MaCS groep èn de MultiScale Mechanics groep bij werktuigbouwkunde, Universiteit Twente.

Ons nieuwe universiteitsplein heeft een magnifieke golfgoot (figuur 1). Door drie professoren afzonderlijk was ons midden september 2010 gevraagd om een soliton te maken in deze goot om het plein feestelijk te openen. Een soliton is een enkelvoudige golf, een gelocaliseerde opéénhoping van zich snel voortstuwende water. “Dat kan”, zeiden we, “maar een soliton is saai als openingspektakel, door de ondoorzichtige gootwanden” [1]. We besloten onze kennis van solitonen, hydraulische sprongen, en stromingen te combineren tot een spetterend spektakel.



Figuur 1 De siergoot op ‘t onderwijs- en onderzoeksplein: niet bedoeld voor onderzoek. Markering van peilschaal, in goed vertrouwen, en hele watergoot richting sluiscompartiment.

Solitonen

De golfgoot die tot onze beschikking stond, is smaller dan de typische nauwe kanalen in Schotland –de zogenaamde Narrow Canals– waar John Scott Russell in 1834 een soliton of solitaire golf waarnam toen een snel voortgetrokken “narrow boat” plots stopte. Wat zich wel bleef voortplanten was een soliton, een enkelvoudige opéénhoping van zich voortsnellend water. Russell reproduceerde deze solitonen in zelfgemaakte golfgoten, maar had moeite de wetenschap te overtuigen van ’t golfkarakter van deze vreemde golf onder de golven. Probleem was dat de soliton niet-lineair en enkelvoudig is vergeleken met destijds gangbare, lineaire, harmonische golven. Pas later, met hulp van de Nederlandse wiskundigen Korteweg en De Vries in 1895, volgde de wiskundige oplossing van de soliton (zie Kader 1), en werden Russell’s waarnemingen geaccepteerd. Vervolgens was het stil aan het solitonfront, totdat Zabusky and Kruskal in 1965 numerieke oplossingen van solitonen onderzochten, e.g. [2]. Alhoewel deze oorspronkelijk opdoemden in de hydrodynamica, zijn ze eind vorige eeuw massaal doorgedrongen in de fysica: o.a. als gelocaliseerde draaggolven in glasvezeloptica.

De soliton die Russell waarnam werd gegenereerd door een snel afremmende boot. Russell gebruikte in zijn experimenten een gewicht dat hij over bijna de volle breedte in de goot liet vallen. Een andere manier om een soliton op te wekken is door een sluisdeur snel te verwijderen met water op hoger niveau in het sluiscompartiment en op lager niveau in de rest van de goot. Nadeel is dat er dan veelal (lagere) neven-solitons ontstaan: zoals in figuur 2 en films [1]. Ons sluiscompartiment was circa 2m lang, de goot 1.8m breed, met typische diepten van circa 0.9m voor en 0.41m na de sluisdeur, en ruim 40m lang.

Kader 1: Korteweg-De-Vries-type vergelijkingen

De wiskundige beschrijving van een soliton is het eenvoudigst te formuleren als een oplossing van de Korteweg-De-Vries- (KdV) vergelijking [2,3]. In geschaalde vorm:

$$u_t + \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{6}u_{xxx} = 0 \quad (1.1)$$

met $u=u(x,t)$ de amplitude van de golf ten opzichte van het rustniveau, x de horizontale voortplantingsrichting, t de tijd, en partiële afgeleiden aangeduid middels subindices. Een oplossing van (1.1) is de zogenaamde sech^2 -soliton:

$$u(x,t) = \frac{2c}{\cosh^2(\sqrt{3c/2}(x - x_0 - ct))} \quad (1.2)$$

met fasesnelheid c en referentiewaarde x_0 (zie figuur 2b). Controle kan middels substitutie van (1.2) in (1.1), voor constructie van de oplossing zie [2,3]. Een uitbreiding van de KdV-vergelijking is de Kadomtsev-Petviashvili- (KP) vergelijking [4]:

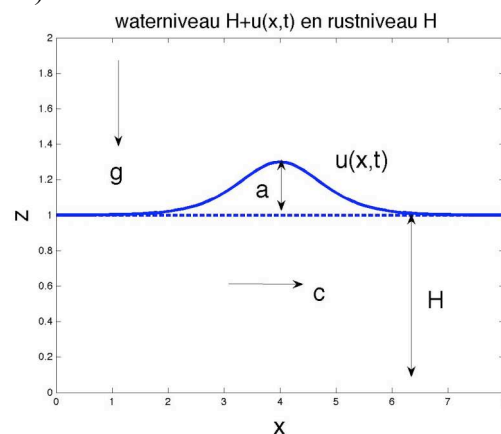
$$\left(u_t + \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{6}u_{xxx} \right)_x + \gamma u_{yy} = 0 \quad (1.3)$$

met constante γ . Deze vergelijking beschrijft milde variaties in de horizontale y -richting. Merk op dat de KdV-vergelijking nagenoeg reduceert tot de KP-vergelijking als $\gamma \rightarrow 0$.

a)



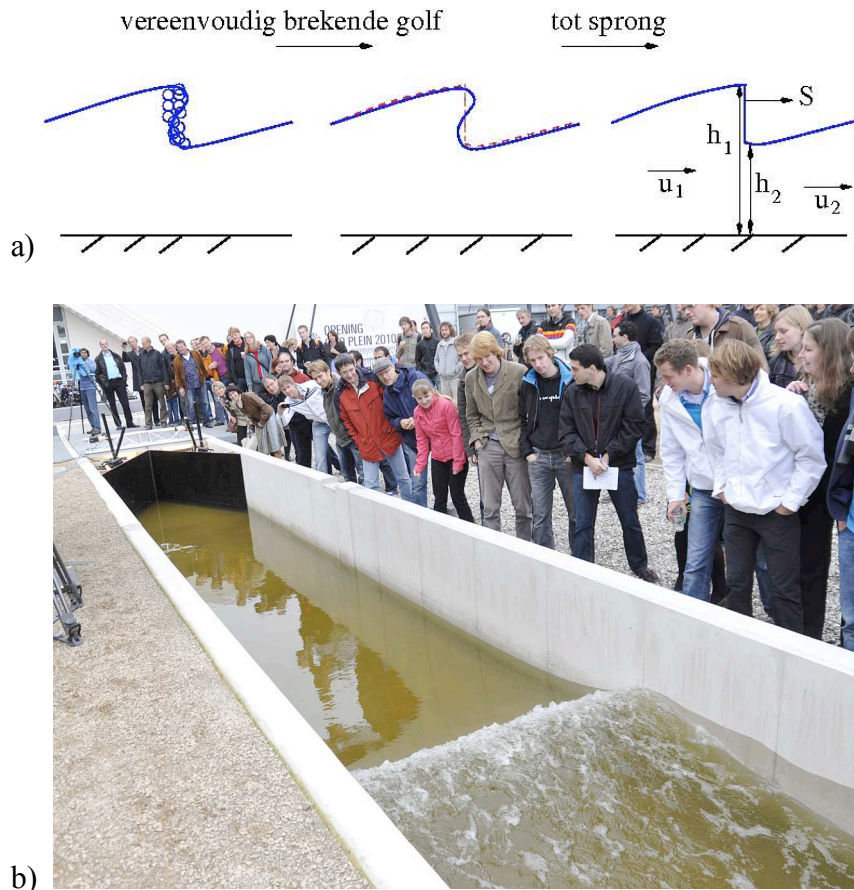
b)



Figuur 2 a) Na het openen van de sluisdeur vormt zich een hoofdsoliton met twee lagere nevensoliton die zich allen coherent en op drafsnelheid c door de goot voortplanten. b) De getekende sech^2 -soliton $u(x,t)$ op basis van (1.2) lijkt op die hoofdsoliton.

Hydraulische sprongen

Na optrekken van de sluisdeur op $t=0^+$ vanuit een rusttoestand vormt zich een soliton met twee achterliggende lagere nevensoliton. De hoofdsoliton breekt al snel omdat het initiële hoogteverschil op $t=0$ te groot is, 0.90m in de sluis en 0.41m in de goot. Zo'n gebroken golf in relatief ondiep water kan eenvoudig worden beschreven als een "bore" of (lopende) hydraulische sprong. De complexiteit van driedimensionale golfbreking wordt dan vereenvoudigd tot een discontinuïteit of sprong in de diepte h en diepte-gemiddelde snelheid u voor en na de sprong, zie Kader 2. Zo'n sprong-model is geschetst in figuur 3 samen met een weergave van de waargenomen gebroken golf in de goot.



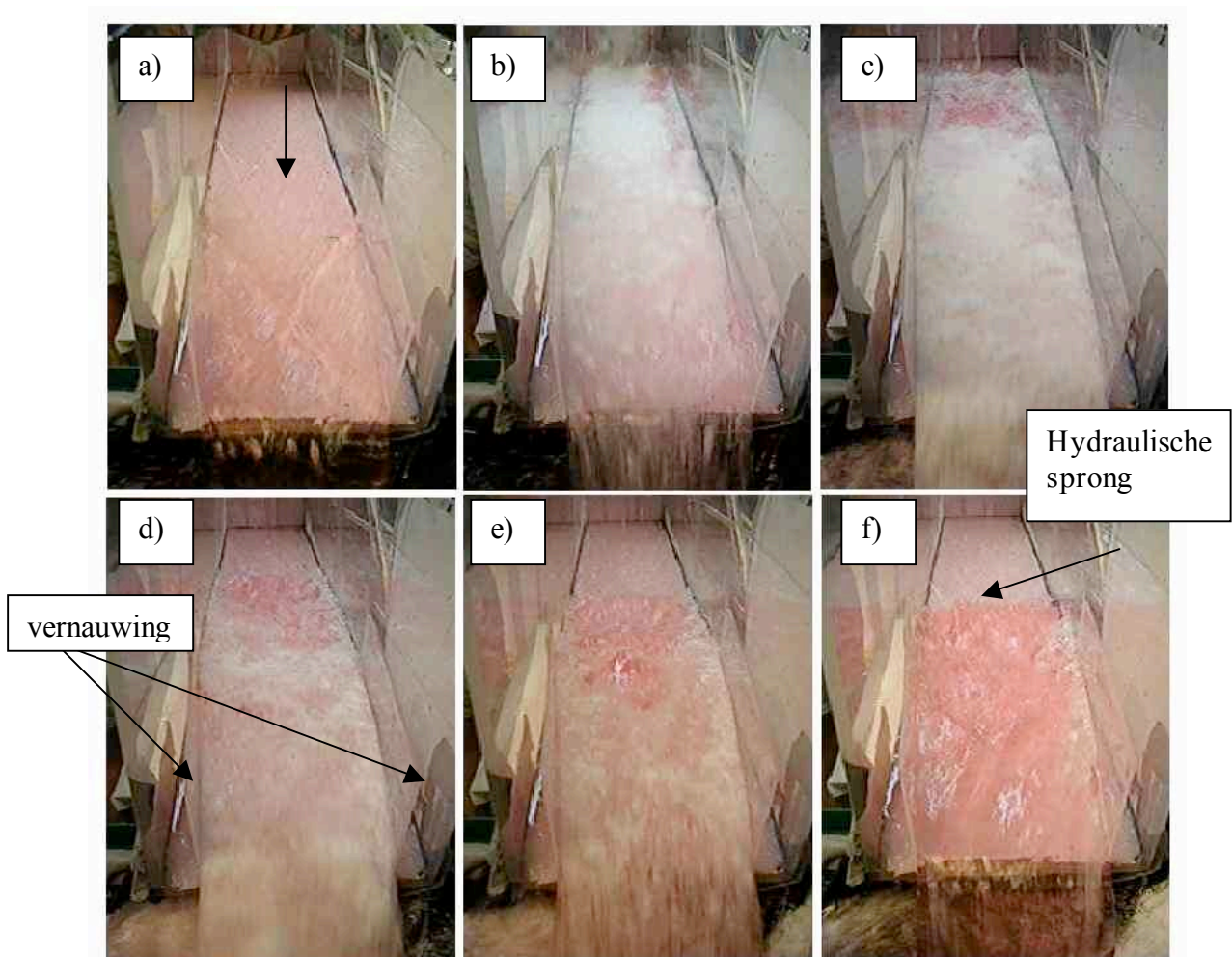
Figuur 3 a) Schets van het model voor een (lopende) hydraulische sprong, en b) foto van de sprong in het soliton-splash spektakel.

Kader 2: Wiskunde van hydraulische sprong

De hydraulische sprong is een model voor golfbreking. Weten we de diepte en dieptegemiddelde snelheden voor, h_2 en u_2 , en na, h_1 en u_1 , passage van de sprong, zie figuur 3a), dan is de voortplantingssnelheid S van de sprong uit te rekenen. Deze volgt uit de theorie van de hyperbolische differentiaalvergelijkingen, in deze de ondiepwatervergelijkingen, als:

$$S = u_2 + \sqrt{\frac{g(h_1 + h_2)h_1}{2h_2}} \quad (1.4)$$

met g de zwaartekrachtsversnelling. Is het water voor de sprong in rust, $u_2=0$, dan is naar verwachting $S>0$ als $h_1>h_2$. De clou is dat massa en impuls blijven behouden maar energie lokaal verloren gaat in de sprong: dit representeert fijnchalige turbulentie en dissipatie in de brekende golf.



Figuur 4 a) Gekleurd water stroomt in een horizontaal kanaal door een vernauwing, vooraan in beeld. b-e) Wordt het debiet tijdelijk verhoogd door een lading drijvende deeltjes toe te voegen, als vervanger voor drijvend ijs of tefra van vulkaanuitbarstingen op een rivier, dan treedt er een blokkade op. Bij hetzelfde waterdebiet blijken er twee stationaire eindtoestanden voor te komen (panelen a en f) met alleen water [5].

Waterstuwing door vernauwingen

Waterstromen door kanalen of zee-armen met vernauwingen of stormvloedkeringen kunnen leiden tot sterke opstuwning. Afhankelijk van het toevoerdebiet zijn er meervoudige, stationaire oplossingen mogelijk. Middels tijdsafhankelijke verstoringen kunnen we de oplossing van de ene naar de andere toestand dwingen. In figuur 4a) zien we hoe een snelle, superkritische vlakke stroming door een kanaal, met een lineaire vernauwing aan het einde, overgaat in een tragere, deels subkritische stroming in het stuwmeer met een markante, hydraulische sprong (figuur 4f) door witte, drijvende, plastic deeltjes (900kg/m^3 , zichtbaar in figuur 4b-e) bovenstrooms in 't kanaal te kiepen [5].

Een spetterende waterstraal

Als we de soliton na de opwekking, de hydraulische sprong tijdens de voortplantingsfase in het kanaal, en de stuwing in een contractie eindigend in een punt, samen zouden voegen, krijgen we dan een spetterende, verticale waterstraal? Dat was het beoogde spektakel.

Wanneer de waterstraal het hoogste zou zijn was onbekend. Tijd voor proeven, onder tijdsdruk. Op 19 september voerden we de eerste tests uit om te kijken of ons idee kon werken in de kleinere Roombeekgoot nabij de campus. Daar viel makkelijk een contractie in te spijkeren, een sluisdeur te fabriceren aan een hijstouwte, en aanvoer van stromend water was natuurlijk aanwezig. Het bewijs van de generatie van een 2m hoge waterstraal, uit elkaar vallend, hebben we toen op youtube gezet voor de bovenbazen [6].

Meer tests volgden op 26 september in het grote golfkanaal om de beginwaterstanden in goot en sluis te bepalen, leidend tot de hoogste waterstraal. Omdat het experiment moest worden opgeschaald, waren de sluisdeuren te zwaar geworden voor handbediening. Een graafmachine met een getrainde machinist als sluismeester fungeerde als hijskraan.

30 September. Na het optrekken van de sluisdeur vormden zich twee dominante solitongolven. De eerste, hoge solitongolf brak snel, zie figuur 3, en verloor alzo energie en hoogte. Net voor de contractie stopte die golfbreking en reflecteerde de golf zich zonder ver boven de contractie uit te komen. Deze gereflecteerde golf trok een diep golfdal in de punt van de contractie waar de tweede ongebroken soliton precies indonderde. Daaruit vormde zich een circa 3.5m hoge waterstraal, zie figuur 5, die tenslotte uiteenspetterde in haar val. Met dit hoogtepunt van de Bore-Soliton-Splash was het zogenaamde onderzoeks- en onderwijsplein geopend.



Figuur 5. In de finale op de opening van het plein op 30 september bereikte de zich vormende spetter, links, haar hoogste punt van 3.5m, rechts. Filmlinks te [6].

Tsunami's, extreme golven, en optimalisatie?

Tot zover het spel. Een eerste verrassing was dat bij kleine verhoging van het waterniveau in de goot van 0.41m tot 0.43m in een tweede proef de waterstraal verdwenen was; de solitongolven braken toen allemaal niet waardoor de golfamplitudes constanter bleven, zie figuur 2 en het verschil in waterrandafdrücken tussen de proeven. Een tweede verrassing was dat de uitkomst sterk afhing van de beginsituatie en resonantie-effecten, zie [6].

Op conferenties is de soliton-splash een hit. Collega's zien allerlei verbanden: Heeft de splash overeenkomsten met de hoge ophoop van de 2011 Tohoku-tsunami in zich vernauwende valleien [7]? Ophoop van de tsunami was met 42m in verticale zin het hoogste in Onagawa. In die Onagawa Wan (baai) was geen directe meting van de amplitude van de inkomende tsunami, maar in de nabijliggende Miyagi Prefecture was die amplitude $>7.6\text{m}$ [7].

Zijn er relaties met de vorming van extreem hoge golven op de oceaan, die zware schade veroorzaken? Golven worden extreem genoemd wanneer de golfhoogte minstens tweemaal hoger is dan die van het omringende golfveld. Voor onze splash is de ratio van golfhoogtes circa 10 (3.5m versus 0.35m). Kunnen ondiepten en golfvelden in twee richtingen eendere convergentie-effecten voorzaken op de oceanen [8], ook al zijn daar geen mooie contracties zoals in onze opzet? Exacte en numerieke oplossingen van de KP-vergelijking geven inzicht doordat dan ook geleidelijke, laterale effecten in de y-richting worden meegenomen [4,9]. Verder zijn eendere effecten als bij de soliton-splash van belang bij de impact van extreem hoge golven op kustverdedigingswerken en de erosie van rotskliffen.

Voor verschillende typen numerieke, hydrodynamische modellen is validatie in vergelijking met de splash geen sinecure. Bijvoorbeeld voor onze variationele, numerieke potentiaalmodellen met een vrij wateroppervlak waarin de snelheidsvector wordt benaderd met de gradiënt van een snelheidspotentiaal, waar we lokaal bij golfbreking een sprong-benadering willen hanteren [10]; de grote tijdvariatie van het vloeistofdomein rond de waterstraalvorming is een andere uitdaging. Daarnaast zijn we bezig met een numerieke mengtheorie voor water en lucht [11], zodat we de essentie vatten zonder in druppeldetails te vervallen. Simuleren van de splash zal lastig blijken te zijn, maar de uitdaging ligt in de formulering van een optimalisatietheorie om die hoogste waterstraal te kunnen berekenen.

Met dank aan Tessa Jansen voor kritisch en constructief commentaar.

Referenties

1. Googlen levert fraaie films op van solitonen in transparante golfgoten: google "soliton youtube" en "double soliton youtube".
2. Philip G. Drazin en Robin S. Johnson *Solitons: an introduction*. Cambridge (1989) 226 blz.
3. Johan van de Leur *Havengolven*, *Nieuwe Wis-krant* **24-4** (2005) 15-19.
4. Walter Craig en Mark D. Groves *Hamiltonian long-wave approximations to the water-wave problem*, *Wave Motion* **19** (1994) 367-389.
5. Benjamin Akers en Onno Bokhove *Hydraulic flow through a contractoon: multiple steady states*, *Phys. Fluids* **20** (2008) 056601.
6. Wout Zweers *Soliton Splash* (2010) webpagina met geschiedenis van de bore-soliton-splash via youtube-movies, foto's, presentaties, en nog meer youtube-movies <http://www.woutzweers.nl/text%202010/2010%20soliton%20splash.html>
Openingsfilm: <http://www.youtube.com/user/woutzweers?feature=mhum#p/a/u/0/YSXsXNX4zW0> (met dank aan en commentaar van Bernard Geurts) Roombeektest: http://www.youtube.com/user/woutzweers?feature=mhum#p/u/7/Of4_8RGGI80
Foto's in figuren 1 (rechts), 3, en 5 (links): pr-afdeling Universiteit Twente.
Mini-bore-soliton-splash: <http://www.youtube.com/watch?v=k7fE5OoQtbs>

7. Efthymios Lekkas, Emmanouil Adreadakis, Irene Kostaki en Eleni Kapourani *Critical factors for run-up and impact of the Tohoku Earthquake tsunami*, *Int. J. Geosciences* **2** (2011) 310-317.
8. Susan Casey *The Wave*. Anchor Canada (2010) 405 blz.
9. Wen Wen Li, Harry Yeh en Yuji Kodama *On the Mach reflector of a solitary wave: revisited*, *J. Fluid Mech.* **672** (2011) 326-357.
10. Colin Cotter en Onno Bokhove *Water wave model with accurate dispersion and vertical vorticity*, *J. Eng. Math.* **67** (2010) 33-54.
11. Anthony R. Thornton, Nico Gray en Andrew J. Hogg *A three-phase mixture theory for particle size segregation in shallow granular free-surface flows*, *J. Fluid Mech.* **550** (2006) 1-25.