

# Tussen wal en schip

Wiskundig-didactisch  
onderwijsonderzoek in Nederland

Rapport Onderwijsonderzoekscommissie  
Platform Wiskunde Nederland

Maart 2014



platform  
wiskunde nederland

**Colofon**

Auteurs: Nellie Verhoef, Paul Drijvers, Arthur Bakker, & Ton Konings  
Vormgeving: WAT ontwerpers, Utrecht  
© 2014 Platform Wiskunde Nederland  
[www.platformwiskunde.nl](http://www.platformwiskunde.nl)

# Inhoud

<b>SAMENVATTING</b>	<b>2</b>
<b>1. PROBLEEMSTELLING EN OPDRACHT</b>	<b>4</b>
1.1 Wat is het probleem?	4
1.2 De opdracht aan de commissie	5
<b>2. MATHEMATICS EDUCATION ALS DISCIPLINE</b>	<b>6</b>
2.1 Het vakgebied Mathematics Education	6
2.2 Mathematics Education ingebed in andere disciplines	7
2.3 Mathematics Education in de Nederlandse actualiteit	8
<b>3 WERKWIJZE</b>	<b>9</b>
3.1 Werkzaamheden PWN-OOC	9
3.2 Werkwijze inventarisatie	9
3.3 Werkwijze toekomstige onderzoeksthema's	10
<b>4. RESULTATEN</b>	<b>11</b>
4.1 Resultaten inventarisatie formatie, output en lopende projecten	11
4.2 Resultaten inventarisatie subsidielandschap	14
4.3 Toekomstige onderzoeksthema's	15
4.3.1 Inhoud	15
4.3.2 Leren	16
4.3.3 Onderwijzen en professionalisering van leraren	17
<b>5 CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN</b>	<b>18</b>
5.1 Conclusies	18
5.2 Aanbevelingen	20
<b>6 REFERENTIES</b>	<b>20</b>
<b>BIJLAGEN</b>	<b>21</b>
Bijlage 1: Samenstelling commissie	21
Bijlage 2: Bijdrage PWN onderzoeksagenda NRO	21
Bijlage 3: Tussenrapportage PWN-OOC	24
Bijlage 4: Onderzoeksoutput 2009-2013	26

# Samenvatting



In het najaar van 2012 heeft het bestuur van PWN een Onderwijsonderzoekscommissie (PWN-OOC) ingesteld die gevraagd wordt een inventarisatie uit te voeren van de stand van zaken van wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek in Nederland, van fondsen en middelen voor wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek, en van onderzoeksthema's voor de toekomst, als ook om een voorstel te doen voor vervolgstappen ter bevordering van wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek in Nederland.

PWN-OOC heeft zich beperkt tot wiskunde in het voortgezet onderwijs en heeft onderwijsonderzoek naar rekenen of in het primair of hoger onderwijs niet in haar werkzaamheden betrokken. Om de vraag naar de stand van zaken rond wiskundig-didactisch onderzoek te beantwoorden heeft PWN-OOC een email-enquête gehouden onder universiteiten en een informelere inventarisatie in het hbo uitgevoerd. De vragen van de enquête spitsen zich toe op de vaste formatie, projecten en financiering, en output (periode 2009-juni 2013). Het financieringslandschap is in kaart gebracht door eigen input en interviews. De onderzoeksthematieken zijn geïnventariseerd door onder andere input van het Nationaal Regieorgaan Onderwijsonderzoek en de Programmaraad Onderwijsonderzoek te bestuderen en in aanvulling daarop experts en betrokkenen te bevragen. De resultaten over de stand van het wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek kunnen als volgt worden samengevat.

- ▶ In Nederland was op de peildatum juni 2013 bij universiteiten 7,0 fte beschikbaar voor wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek, waarvan 4,6 fte tijdelijke staf en 2,4 fte vaste staf. Van de 2,4 vaste staf was 0,3 fte HGL en 0,4 fte UHD. Binnen de hogescholen is geen formatie voor wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek.
- ▶ De onderzoeksoutput op dit terrein sinds 2009 omvat 272 publicaties, waarvan 105 als vakpublicatie te kenmerken zijn en de overige wetenschappelijk, waaronder 24 ISI-artikelen (in tijdschriften op de lijst van Thomson Reuters).
- ▶ De omvang van de lopende onderzoeksprojecten op de peildatum is 7,0 fte.

De resultaten wat betreft de financieringsmogelijkheden zijn dat het verwerven van middelen voor wiskundig-didactisch onderzoek uitermate moeilijk is. Zowel op nationaal als op internationaal niveau, en zowel in de publieke als in de private sector lijken de middelen terug te lopen. Bij de verdeling van de schaarse middelen lijkt onderwijsonderzoek in het algemeen niet vooraan te staan. Voor wiskundig-didactisch onderzoek in het bijzonder geldt dat het tussen wal en schip valt: voor bètafondsen is het onderzoek niet exact genoeg, terwijl het voor onderwijskundige bronnen weer te specifiek wiskundig van karakter is en te weinig algemeen onderwijskundig.

Ten aanzien van de onderzoeksthematieken voor de toekomst zijn thema's onderscheiden in relatie tot wiskundige inhoud (21st century skills, curriculaire samenhang, en de taal van de wiskunde), thema's over leren (van statistiek, van wiskundig redeneren, met educatieve software, motivatie) en over onderwijzen (ICT-gebruik, professionalisering van leraren, wiskundige denkactiviteiten, excellentie en differentiatie, het opleiden van wiskundeleraars).

Op basis van deze bevindingen concludeert de commissie dat de stand van zaken van het wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland zorgelijk is. De beschikbare formatie op de verschillende universiteiten is te beperkt. Met name de uiterst kleine vaste seniorformatie, bijvoorbeeld in de vorm van leerstoelen in de didactiek van de wiskunde, is aanleiding tot grote zorg. Hoewel de onderzoeksoutput, zowel op wetenschappelijk niveau als in de vorm van praktijkgerichte vakpublicaties, respectabel is, valt te vrezen dat deze de komende jaren gaat afnemen als gevolg van de afgenomen beschikbare onderzoeksformatie. Het aantal lopende onderzoeksprojecten is klein, terwijl de behoefte uit het onderwijsveld aan voeding en gefundeerde informatie groot is. Daar komt bij dat middelen voor wiskundig-didactisch onderzoek onder druk staan. De commissie doet het bestuur van PWN de volgende aanbevelingen voor vervolgstappen ter bevordering van wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland.

1. PWN treedt in overleg met bètafaculteiten in Nederland om de instelling van leerstoelen wiskundedidactiek te bevorderen. Om een spreiding over Nederland en over de verschillende typen universiteiten te garanderen, wordt in eerste instantie gedacht aan een leerstoel bij een algemene universiteit en een bij een technische universiteit. Tevens wordt versterking van de wiskundig-didactische community in de vorm van UHD-formatie gestimuleerd.
2. PWN ondersteunt initiatieven ter bevordering van instelling van lectoraten wiskundedidactiek aan een hbo-lerarenopleiding en aanvragen van promotieplaatsen met betrekking tot wiskundig-didactisch onderzoek door docenten van hbo-lerarenopleidingen.
3. PWN treedt op als co-aanvrager op van onderzoeksvorstellen op het terrein van wiskunedidactiek, als mediator bij exacte fondsen voor wetenschappelijk onderzoek en als belangenbehartiger van wiskunde bij algemene onderwijskundige fondsen.
4. PWN is actief als politieke lobbyist voor de zaak van het wiskundig-didactisch onderzoek als noodzakelijke voeding van onderwijsbeleid en lerarenopleiding. Contacten met bijvoorbeeld onderwijswoordvoerders van kamerfracties zouden hieraan vorm kunnen geven.
5. PWN stelt een permanente commissie onderzoek in, die het bestuur ondersteunt in en adviseert over de bovenstaande acties.

# 1. Probleemstelling en opdracht



## 1.1.

### Wat is het probleem?

Platform Wiskunde Nederland (PWN) is een platform voor de Nederlandse community van betrokkenen bij wiskunde en wiskundeonderwijs. Deze community omvat de gehele wiskundekennisketen van leerling tot bedrijfswiskundige en hoogleraar. Betrokken bij PWN zijn zowel universitaire wiskundigen als wiskundedocenten, twee centrale spelers in het streven naar kwaliteit en ontwikkeling van wiskunde in Nederland. Algemeen erkend is het feit dat het voortgezet onderwijs in de stimulering van jeugdig wiskundetalent een cruciale rol speelt. Wiskundeleraren en hun opleiding en professionalisering zijn daarmee doorslaggevende factoren in de wiskundekennisketen. Om de kwaliteit van het wiskundeonderwijs en de lerarenopleiding te bevorderen, is tevens vakdidactisch onderzoek nodig, dat curricula evalueert, opleidingen voedt en kwaliteitbevorderende inzichten genereert. Daarom omvat de PWN community ook lerarenopleiders, vakdidactici, onderwijsontwikkelaars en onderwijsonderzoekers en is wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek een van de onderwerpen die hoog op de agenda van PWN staan.

Onderwijsonderzoek in het algemeen maakt echter een moeilijke tijd door als het gaat om erkenning, facilitering en honorering. Voor de facilitering van vakdidactisch onderzoek op het terrein van de wiskunde lijkt dit in het bijzonder te gelden. Enerzijds zien subsidieverstrekkers met een technisch-wetenschappelijke insteek onderwijsonderzoek mogelijk niet tot hun kerntaak: zij richten zich op bèta-onderzoek, terwijl onderwijsonderzoek in hun ogen tot de sociale wetenschappen behoort. Anderzijds kan wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek voor fondsen waar men onderwijsonderzoek vooral vanuit onderwijskundig perspectief beziet, al snel als te specifiek en te wiskundig worden beschouwd. Daar komt bij dat wiskundigen hun vak soms onvoldoende herkennen in wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek. Voor de onderbouwing en evaluatie van bestaande onderwijspraktijken en voor de voeding van nieuwe initiatieven ter verbetering is wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek, waarin diepe kennis van zowel het vak wiskunde als theorieën over leren en onderwijzen samenkomen, cruciaal.

Behalve de kennis en producten die dergelijk onderzoek oplevert, zien we de voornaamste waarde in human capital: mensen die gepromoveerd zijn in dit domein zijn door hun opgebouwde expertise erg belangrijk in lerarenopleidingen en andere plekken waar ervaring op het gebied van wiskundig vakdidactisch onderzoek vereist is.

Het is dus zaak om zowel binnen PWN als in de wereld om ons heen de uitvoering en de valorisatie van wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek te bevorderen. De instelling van de PWN Onderwijsonderzoekscommissie (PWN-OOC) is een stap in deze richting.

## De opdracht aan de commissie

De bovenstaande problematiek was in het najaar van 2012 aanleiding voor het bestuur van PWN om een OnderwijsOnderzoeksCommissie (OOC) in te stellen die een rapport uitbrengt over de volgende vragen.

- ▶ Hoe is de situatie van het wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland? Hoe is de verhouding tussen algemeen onderwijskundig onderzoek en vakdidactisch onderzoek, en tussen theorie en praktijk? Welke thema's komen voldoende aan bod en welke vragen uit het veld blijven onbeantwoord?
- ▶ Welke financieringsbronnen zijn er? Zijn deze voldoende om noodzakelijk geacht onderzoek te doen? Waar liggen kansen en wat zijn de belemmeringen?

Het bestuur vraagt de commissie om deze vragen te adresseren door:

1. Een inventarisatie uit te voeren van de stand van zaken van wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland, van behoeften, thema's en vragen op dit gebied uit het veld, en van manieren waarop de opbrengst van dergelijk onderzoek wordt gevaloriseerd;
2. Een inventarisatie uit te voeren van fondsen en middelen voor wiskundig-didactisch onderzoek, als ook van de succes- en mislukfactoren van acquisitie binnen deze fondsen;
3. Een voorstel te doen voor vervolgstappen die PWN kan zetten voor het vergroten van steun voor de acquisitie, uitvoering en valorisatie van wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland. Deze vormen de basis voor fase II van dit initiatief.

De opdracht aan de commissie is om de werkzaamheden gedurende het kalenderjaar 2013 uit te voeren. Het voorliggende rapport is het gevraagde verslag.

# 2. Mathematics education als discipline

## 2.1.

### Het vakgebied Mathematics Education

In dit inleidende hoofdstuk wordt het vakgebied van didactiek van de wiskunde, in het Engels meestal aangeduid met de algemenere term Mathematics Education, gedefinieerd als zelfstandige discipline, als vakgebied op het snijvlak van bètawetenschappen en de sociale wetenschappen, dat zich beweegt binnen landelijke strategische en politieke ontwikkelingen.

Het vakgebied Mathematics Education is een zelfstandige wetenschappelijke discipline die zich richt op het verwerven van kennis op het gebied van het leren en onderwijzen van wiskunde:

In contemporary education, mathematics education is the practice of teaching and learning mathematics, along with the associated scholarly research. Researchers in mathematics education are primarily concerned with the tools, methods and approaches that facilitate practice or the study of practice. However mathematics education research, known on the continent of Europe as the didactics or pedagogy of mathematics, has developed into an extensive field of study, with its own concepts, theories, methods, national and international organisations, conferences and literature. ([http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics\\_education](http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_education))

Van belang daarbij is niet alleen het vergaren van (soms micro-didactische) wetenschappelijke inzichten, maar ook de valorisatie van deze opbrengsten ten behoeve van eigentijds wiskundeonderwijs; tevens informeren de resultaten de vakinhoudelijke en didactische ontwikkeling van de lerarenopleidingen. Ook het onderzoeken van de motivatie van leerlingen voor wiskunde en het bijdragen aan een beter imago van wiskunde in de samenleving behoort tot de doelen van Mathematics Education.

Net zoals andere wetenschappelijke disciplines heeft Mathematics Education een wereldwijde infrastructuur waarin de community van betrokken onderzoekers samenwerkt. Een belangrijke organisatie in deze community is de *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI, <http://www.mathunion.org/ICMI>). ICMI is een dochterorganisatie van de *International Mathematical Union* (IMU, <http://www.mathunion.org/>). Deze constructie waarborgt de samenwerking tussen wiskundigen en vakdidactici. De vierjaarlijkse congressen die ICMI organiseert, *International Congress on Mathematical Education* (ICME, sinds 1969), vormen belangrijke mijlpalen voor het vakgebied. Daarnaast organiseert ICMI specifieke studiegroepen rond actuele thema's. Andere toonaangevende conferenties specifiek voor het gebied van Mathematics Education zijn de jaarlijkse *Psychology of Mathematics Education* conferenties (PME, sinds 1976) en de *Congress of European Research in Mathematics Education* (CERME, sinds 1999).



Het vakgebied kent vanzelfsprekend ook een groot aantal internationale wetenschappelijke tijdschriften (een inventarisatie van ERME kwam boven de 100 uit), waarvan een klein deel is opgenomen in de Thomson Reuters Institute of Science Index (ISI). De toptijdschriften qua impact zijn de Journal for Research in Mathematics Education (JRME, sinds 1970), het in 1968 door Freudenthal opgerichte Educational Studies in Mathematics (ESM) en Mathematical Thinking and Learning (MTL, sinds 1999). Daarnaast publiceren onderwijskundige tijdschriften (bijvoorbeeld Computers and Education) en bètadidactische tijdschriften (International Journal of Science and Mathematics Education) ook regelmatig over wiskundededidactiek.

Zoals uit de jaartallen blijkt, is Mathematics Education een relatief jonge discipline. Ter vergelijking: onderwijskunde en psychologie bestaan al ongeveer een eeuw, om van de wiskunde zelf nog maar te zwijgen.

Nederlandse onderzoekers zijn goed zichtbaar in deze internationale fora. In ICMI heeft Nederland een nationale vertegenwoordiger en Nederlandse onderzoekers zijn lid van ICMI studiegroepen en Topic Study Groups. Hetzelfde geldt voor PME en CERME. Nederlandse onderzoekers zijn verder vertegenwoordigd in de international advisory board van JRME en in het team van associate editors van ESM. Verderop in dit rapport is zichtbaar dat de onderzoeksoutput van het nationale wiskundig-didactische onderwijsonderzoek hoog is.

## 2.2.

# Mathematics Education ingebed in andere disciplines

Mathematics Education staat als wetenschappelijke discipline niet op zichzelf, maar heeft nauwe banden met wiskunde, met didactiek van de bètawetenschappen en met sociale wetenschappen waaronder onderwijskunde en psychologie. Als zodanig heeft het vakgebied een interdisciplinair karakter.

Voor de voortgang van deze discipline is het van belang dat de communities van wiskundige en vakdidactische onderzoekers met elkaar contact houden, zodat ontwikkelingen in de wiskunde de vakdidactiek kunnen informeren en andersom, zodat de inzichten over het leren en onderwijzen van wiskunde kunnen bijdragen aan de opleiding van wiskundigen en bètawetenschappers. Het is daarom een goede zaak dat in internationaal perspectief ICMI is ingebed in IMU. Ook op nationaal niveau zijn er verschillende initiatieven die deze band versterken, zoals de docentenconferentie binnen het Mathematisch Congres, de Nationale Wiskundedagen, waarin wiskundigen hun werk presenteren aan docenten, en de onderwijsgerichte rubrieken en bijdragen in het Nieuw Archief voor Wiskunde. PWN vormt de paraplu waaronder meer van dergelijke initiatieven kunnen vallen.

Wiskundededidactiek is verder te beschouwen als een onderdeel van de didactiek van de bètawetenschappen. Hoewel de wiskundededidactiek een ander vakinhoudelijk domein bestudeert dan Science Education, verdient de vraag naar wat daarin gemeenschappelijk is meer aandacht. In Nederland wordt bètadidactisch onderzoek meer en meer geconcentreerd in brede instituten en wordt samengewerkt in de divisie Bèta en Techniek van de Vereniging voor Onderwijsresearch (VOR B&T). Toch kan wiskundig-didactisch onderzoek nog meer worden ingebed in een bètabrede context en van een landelijke samenwerking op dit terrein profiteren.

Wiskundendidactiek gaat over het leren van jongeren en heeft daarmee ook raakvlakken met onderwijskunde, sociale en cognitieve psychologie en met pedagogiek. Mathematics Education is vooral op theoretisch en methodologisch gebied schatplichtig aan de sociale wetenschappen. Goed bètadidactisch onderzoek kenmerkt zich door een zinvolle integratie van vakinhoudelijke, vakdidactische en onderwijskundige inzichten en methodes. Een nauwe samenwerking tussen bètadidactiek en sociale wetenschappen zou een kans kunnen zijn om de kwaliteit van het wiskundig-didactisch onderzoek te vergroten.

### 2.3.

## Mathematics Education in de Nederlandse actualiteit

Vershillende actuele ontwikkelingen in het Nederlandse onderwijs hebben betrekking op het vakgebied van de wiskundendidactiek, doen een beroep op de kennis hieruit en leiden tot agendering van nieuwe thema's voor onderzoek en ontwikkeling.

Een eerste ontwikkeling is de zorg over het niveau van de vaardigheden van Nederlandse leerlingen op het gebied van rekenen en wiskunde. Deze zorg wordt onder andere gevoed door de resultaten van internationaal vergelijkend onderzoek (PISA, TIMSS). Een brede nationale en politieke discussie heeft geleid tot een grotere nadruk op toetsing (eindtoets basisonderwijs, rekentoetsen VO) en tot een debat over adequate didactische benaderingen. Het is aan onderzoekers in Mathematics Education om dit debat te voorzien van wetenschappelijk onderbouwde informatie en argumenten.

Een tweede ontwikkeling betreft de nieuwe curricula wiskunde, die in samenhang met de vernieuwde bètaprogramma's in 2015 in havo en vwo worden ingevoerd. Deze curricula bevatten zowel inhoudelijke (analytische meetkunde, statistiek) als didactische (wiskundige denkactiviteiten) vernieuwingen. De invoering daarvan en de voorbereiding van docenten hierop zou ondersteund moeten kunnen worden door vakdidactische inzichten en werkwijzen.

Een derde ontwikkeling betreft de visie op de bètavakken zoals beschreven in de visiedocumenten 2025 van wiskunde, scheikunde en natuurkunde (Dijkgraaf et al., 2013; Lenstra et al., 2014). Het rapport over wiskunde spreekt van een erosie van de lerarenopleiding en van het gevaar dat wiskunde D op havo en vwo ten onder zal gaan vanwege te geringe belangstelling van leerlingen. Ook op dit punt geldt dat vakdidactische onderzoekers en opleiders actie kunnen ondernemen om deze risico's te bestrijden, de lerarenopleidingen te ondersteunen bij een versterkingsproces en de scholen bij het invullen en handhaven van wiskunde D.

Als vierde ontwikkeling melden we de toegenomen belangstelling voor vakdidactiek. Het Nationale Regieorgaan Onderwijsonderzoek heeft in haar eerste call voor Praktijkgericht Onderzoek vakdidactiek rekenen en wiskunde expliciet als thema aangemerkt<sup>1</sup>. Meer in algemene zin zal het sectorplan onderwijswetenschappen dat in het voorjaar van 2014 verschijnt (commissie Rullman) eveneens een lans breken voor vakdidactisch onderzoek. Deze belangstelling biedt kansen voor Mathematics Education, die dan slagvaardig benut dienen te worden.

1. <http://www.nro.nl/nieuws/praktijkgericht-onderwijsonderzoek-over-differentiatie-ict-en-taal--rekenen>

# 3. Werkwijze

## 3.1.

### Werkzaamheden PWN-OOC

Op verzoek van de PWN-commissies Onderzoek en Onderwijs heeft er 7 maart 2013 een gesprek plaatsgevonden tussen prof. dr. R. Tijdeman (waarnemer commissie Onderzoek), drs. Marian Kollenveld (waarnemer bestuur PWN) en beoogd voorzitter dr. N. C. Verhoef over de taakstelling van de in te stellen commissie om te inventariseren wat de huidige stand van zaken is met betrekking tot het wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland.

Naast de voorzitter Verhoef bestond de commissie uit dr. A. Bakker, dr. P. Drijvers en ir. T. Konings. Vanuit het bestuur van PWN trad mevrouw drs. M. P. Kollenveld op als waarnemer. Het werk is ondersteund door een studentassistent. De opdracht werd beperkt tot het voortgezet onderwijs. Het huidige Nederlandse wiskundig-didactisch onderzoek zou in kaart gebracht worden alsmede de daarvoor ingezette formatie per instelling. Daarnaast zou het verwerven van financiering worden opgenomen. De commissie werd gevraagd om een eerste versie van het rapport (ongeveer 30 pagina's) eind 2013 op te leveren. Vanaf de startvergadering op 28 maart 2013 werd er maandelijks vergaderd, ondersteund door een studentassistent van de Universiteit Twente (zie bijlage 1).

## 3.2.

### Werkwijze inventarisatie

Voor de inventarisatie van de huidige stand van zaken met betrekking tot het wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland is de volgende aanpak gekozen. Universiteiten zijn benaderd middels een enquête per email. De vragen spitsten zich toe op de vaste formatie, projecten en financiering, en output (periode 2009-heden). WUR, EUR en Tilburg werden buiten beschouwing gelaten omdat wiskundig-vakdidactisch onderzoek daar lastig te traceren was. HBO-instellingen zijn apart benaderd. De output is geordend naar categorie (wetenschappelijk: ISI, ICO, boek, boekhoofdstuk, proceedings, proefschriften; vakpublicaties: NAW, Wiskrant, Euclides, e.a.).

Als afbakening is afgesproken om rekendidactiek niet mee te nemen, evenmin als wiskundeonderwijs in het beroepsonderwijs en onderwijskundig onderzoek naar bètavakken. De beslissing om primair onderwijs en beroepsonderwijs buiten beschouwing te laten heeft ook nadelen, omdat ook in deze sectoren wiskunde wordt onderwezen dan wel wordt voorbereid (statistiek, grafieken, early algebra, combinatoriek). Omwille van de haalbaarheid is echter gekozen voor een inperking tot het voortgezet onderwijs.

### 3.3.

## Werkwijze toekomstige onderzoeksthema's

De commissie heeft eerst zelf gebrainstormd over de thema's waarnaar onderzoek gedaan is. Het meeste lopende onderzoek leek te vallen onder een van de volgende drie hoofdthema's: ICT (grafische rekenmachine, gebruiken van ICT in de les), modelleren waaronder ook algebra- en statistiekonderwijs, en professionalisering van docenten. Opvallend was dat er destijds weinig aandacht was voor meetkunde, didactische theorievorming, beroepsonderwijs en evaluatie van leerprocessen.

Mede vanwege een oproep van het Nationaal Regie Orgaan (NRO) om onderwerpen aan te dragen voor een toekomstige call over onderwijsonderzoek heeft de commissie zich gebogen over de thema's waar op dat moment onderzoek naar werd gedaan en waarnaar onderzoek nodig leek te zijn.

Brainstormend over thema's die de komende jaren op de onderwijsonderzoekagenda zouden komen te staan, gingen de ideeën van PWN-OOC over: 21st century skills, statistiek en ICT, didactiek van het beroepsonderwijs, en taal in het wiskundeonderwijs. Maar ook over ICT-ontwikkelingen in de lerarenopleiding, onderzoek naar de relatie tussen vakdidactieklessen in de opleiding en de (stage)praktijk, modelleren (ook bètabreed, in verband met bètatechniek), doorlopende leerlijnen wiskunde po-vo-ho, denkactiviteiten, en digitaal toetsen van wiskunde. Een overkoepelend thema was de professionalisering van wiskundedocenten in het vo. De gesignaleerde problemen in het vo waren: docententekort, zij-instromers, onbevoegden, duaal opleidingsmodel, nieuwe curricula, bètasamenhang, nieuwe media, en de nieuwe onderwijstaak (21st century). Uiteindelijk werd overkoepelend gekozen voor een focus op professionalisering (zie bijlage 2)

De belanghebbende partijen in deze context waren: lerarenopleidingen (universitair en hbo), NVvW, VOR divisie Bèta en Techniek, en PWN. De bijdrage van PWN-OOC resulteerde uiteindelijk in rekenen-wiskunde als aandachtsgebied binnen de call Praktijkgericht Onderwijsonderzoek van NRO.

Voor aanvullende informatie spraken de commissieleden met deelnemers aan de jaarlijkse verenigingsdag van de NVvW, in het bijzonder haar voorzitter. Ze vroegen ook de directeur van APS (professionaliseringsaanbieder) waar de behoeftes van docenten lagen. Er is ook een kleine inventarisatie bij masteropleidingen hogescholen gedaan naar het onderzoek dat door studenten is uitgevoerd. Tot slot zijn ook recente calls van subsidiegevers bestudeerd om trends te signaleren.

# 4. Resultaten

## 4.1.

### Resultaten inventarisatie formatie, output en lopende projecten

In deze paragraaf rapporteren we over de resultaten met betrekking tot de hoeveelheid formatie voor wiskundig-didactisch onderzoek, de output van dergelijk onderzoek, en het lopende onderzoek. Deze resultaten zijn totstandgekomen op basis van een peiling die in juni 2013 heeft plaatsgevonden onder de verschillende Nederlandse universiteiten.

Tabel 1 toont de beschikbare formatie aan de verschillende Nederlandse universiteiten op de genoemde peildatum zoals gerapporteerd door de respondenten, uitgesplitst naar universiteit, naar vaste en tijdelijke formatie, en daarbinnen naar functie. We benadrukken dat het hier om een momentopname gaat en dat onderzoek naar rekendidactiek buiten beschouwing is gelaten; tegelijkertijd gaan we ervan uit dat het globale beeld de omvang van het Nederlandse wiskundig-didactisch onderzoek in het voortgezet onderwijs goed weergeeft.

**Tabel 1: Formatie voor wiskundig-didactisch onderzoek bij Nederlandse universiteiten (peildatum juni 2013)**

Instelling	Vaste formatie			Totaal FTE vast	Tijdelijke formatie			Totaal FTE tijdelijk	Totaal FTE
	UD <sup>2</sup>	UHD	HGL		Promo	Postdoc	Anders		
RUG	0,3			0,3	0,4	0,1		0,5	0,8
TUD	0,3			0,3				0,0	0,3
TU/e				0,0				0,0	0,0
UL				0,0	0,2			0,2	0,2
UM		0,2		0,2				0,0	0,2
UT	0,2			0,2	0,8			0,8	1,0
UU	0,6	0,2	0,3 <sup>3</sup>	1,1	2,0		0,1	2,1	3,2
UvA	0,3			0,3	0,5	0,5		1,0	1,3
<b>Totaal</b>	<b>1,7</b>	<b>0,4</b>	<b>0,3</b>	<b>2,4</b>	<b>3,9</b>	<b>0,6</b>	<b>0,1</b>	<b>4,6</b>	<b>7,0</b>

Tabel 1 maakt duidelijk dat de hoeveelheid formatie voor wiskundig-didactisch onderwijs-onderzoek in Nederland zeer gering is. Met name de vaste formatie, en daarbinnen seniorposities van UHD en HGL, is zeer beperkt en 'op leeftijd'. Leerstoelen van emeriti zijn niet opnieuw ingevuld (OU, UvA, RUG en TU/e) en het Amstel-Instituut is opgeheven, hetgeen versnippering van wiskundig-didactisch onderzoek tot gevolg heeft gehad. De landelijke totalen zijn kleiner dan de onderzoeksformatie die veelal beschikbaar is op

2. De vaste formatie op UD-niveau betreft vooral deeltijdformatie voor universitaire lerarenopleiders wiskunde, die in veel gevallen niet binnen de bètafaculteit maar binnen het instituut voor lerarenopleiding zijn aangesteld. De meeste betrokkenen hebben een onderzoeksformatie van rond de 0,2 fte.
3. Hier is de 0,1 bijzondere leerstoel van Van Maanen ondanks het tijdelijke karakter meegeteld. Het 1,0 kern-hoog-leraarschap van Van den Heuvel-Panhuizen is voor 0,2 meegeteld omdat het zwaartepunt van deze leerstoel op rekendidactiek in het primair onderwijs ligt.

departementen wiskunde of onderwijskunde van één enkele universiteit. In het bijzonder is de leerstoelformatie beperkt en tevens kwetsbaar. Als we dit afzetten tegen de situatie in Duitsland, waar bijvoorbeeld de universiteit van Duisburg-Essen en Dortmund, qua omvang vergelijkbaar met een gemiddelde Nederlandse universiteit, twee tot vier full-time hoogleraren didactiek van de wiskunde VO kent, dan tekent zich een zorgelijk beeld af voor de toekomst en de continuïteit van het wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek in Nederland. Daar komt bij dat de Nederlandse onderzoeksformatie de afgelopen jaren naar de indruk van de commissie sterk is afgenomen en momenteel sterk versnipperd is over veel personen met elk een kleine onderzoeksinstelling.

Uit een inventarisatie onder hogescholen blijkt er geen lectoraat wiskundededidactiek te zijn. Wel zijn er lectoraten voor rekendidactiek. In toenemende mate stellen hogescholen medewerkers in de gelegenheid te promoveren. Er vindt structureel geen wiskundig-didactisch onderzoek plaats op hogescholen in Nederland. Hiervoor is een aantal oorzaken aan te wijzen: 1) Er zijn geen lectoren wiskundededidactiek om het onderzoek te stroomlijnen en op een hoger niveau te tillen; 2) Er wordt wel wat onderzoek gedaan, maar dit is minimaal en lastig te traceren; en 3) Door het gebrekkige onderzoeksniveau van wiskundededidactici worden aanstaande wiskundeleraren door onderwijskundigen (die zijn wel gepromoveerd) begeleid bij hun onderzoek. Dit leidt tot kleine onderwijskundige onderzoeken door studenten (doorstroomproblematiek, spijbelen, enz). Promovendi op het gebied van wiskundededidactiek zijn er echter niet binnen hogescholen. Binnen universitaire en eerstegraads hbo-lerarenopleidingen wordt incidenteel een masteronderzoek met hulp van een vakdidacticus bewerkt tot een vakpublicatie of zelfs een wetenschappelijke publicatie.

**Tabel 2: Output van wiskundig-didactisch onderzoek per universiteit (periode 2009 – 2013, peildatum juni 2013)**

	ISI	ICO	Boek	Hoofdstuk	Proefschrift	Proceedings	Vakpublicatie	Totaal
RUG	2	0	0	1	2	0	1	6
TUD	2	0	0	0	0	4	10	16
TU/e	2	2	1	2	2	0	3	12
UL	0	0	0	0	1	0	0	1
UM	1	0	0	2	0	2	8	13
UT	3	1	0	1	0	18	17	40
UU	11	14	4	10	1	34	51	125
UvA	3	5	1	5	2	28	15	59
Totaal	24	22	6	21	8	86	105	272

Noot 1: ISI staat voor de Thomson Reuters Institute of Science Index (web of science). ICO, interuniversitair centrum voor onderwijswetenschappen, is de onderzoeksschool voor onderwijswetenschappen met een aanvullende lijst van tijdschriften die meetellen binnen de onderzoeksschool. ISI-publicaties tellen sowieso mee in de ICO-onderzoeksschool. Vakpublicaties zijn niet ISI en niet ICO.

Noot 2: Publicaties komen soms deels voor rekening van medewerkers zonder onderzoeksformatie.

**Tabel 3: Output van wiskundig-didactisch onderzoek per jaar 2009 – 2013 (peildatum juni 2013)**

	ISI	ICO	Boek	Hoofdstuk	Proefschrift	Proceedings	Vakpublicatie	Totaal
2009	2	2	2	1	0	20	26	53
2010	2	9	0	4	1	18	23	57
2011	5	4	2	7	2	19	15	54
2012	5	2	2	5	4	10	31	59
2013	7	2	0	4	1	15	8	37
Indruk	3	3	0	0	0	4	2	12
Totaal	24	22	6	21	8	86	105	272

Tabellen 2 en 3 geven een overzicht van de onderzoeksoutput op het terrein van wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek over de periode 2009 – juni 2013. Omdat deze tabellen op basis van een peiling medio 2013 zijn samengesteld, is het aantal publicaties in 2013 hoger dan uit de tabel naar voren komt. Tabel 2 maakt duidelijk dat er ondanks de beperkte onderzoeksformatie een aanzienlijke onderzoeksoutput is gerealiseerd. Daarbij valt op dat er een goede balans is tussen de wetenschappelijk belangrijke ISI- en ICO-publicaties enerzijds en de voor het veld relevante vakpublicaties anderzijds. Kennelijk zijn de Nederlandse onderwijsonderzoekers in dit domein doordrongen van het belang van vakpublicaties voor de onderwijspraktijk. In tabel 3 zijn deze gegevens uitgesplitst naar de jaren waarop ze betrekking hebben. Bij tabel 3 moet worden opgemerkt dat twee van de belangrijkste tijdschriften over *Mathematics Education*, *Educational Studies in Mathematics* en *Mathematical Thinking and Learning*, per 2011 op de ISI-lijst zijn toegevoegd (en dus van de ICO-lijst zijn afgehaald). Dit zou de verschuiving van ICO naar ISI kunnen verklaren per 2011. Tot 2011 was het Amerikaanse *Journal for Research in Mathematics Education* het enige ISI-tijdschrift op het gebied van Mathematics Education.

Uit tabel 3 is geen duidelijke trend af te lezen. Toch is de vrees van de commissie dat de onderzoeksoutput in de komende jaren sterk zal afnemen, omdat de daling in onderzoeksformatie die zich de afgelopen jaren heeft voorgedaan pas met enkele jaren vertraging uit de output zal blijken. Publicaties hebben nu eenmaal een lange aanloop- en doorlooperperiode.

In tabel 4 wordt een overzicht gegeven van lopend wiskundig-didactisch onderzoek, wederom op de peildatum van juni 2013. Bij TU/e en TUD gaven de respondenten aan dat er geen onderzoek loopt. Het beeld uit tabel 4 bevestigt de eerdere indruk: de omvang van het wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek is zeer gering.

**Tabel 4: Lopend wiskundig-didactisch onderzoek bij Nederlandse universiteiten (peildatum juni 2013)**

Instelling	Lopend project	Looptijd	Financieringsbron
RUG (0,8FTE)	Discourse in wiskundeles	Tot juni 2016	Eerste geldstroom
	Ontwikkeling van praktijkkennis van wiskundeleraren	Tot dec 2015	Promotieonderzoek eerste geldstroom
UM, SBE (0,2FTE)	Digitale/formatieve toetsing	2011-2013	SURF (opgehouden)
	Learning Analytics	2013-2014	SURF (opgehouden)
	Computer enhanced learning in math	Langdurig	-
	Math remediation	Langdurig	-
UL (0,2FTE)	Algebraïsche cognitieve schema's van docenten en leerlingen	2012-2018	Eerste geldstroom
UvA (1,3FTE)	Collaborative Learning for Mathematical Level Raising	-	-
	Scaffolding small heterogeneous student-groups	2013-2018	Promotiebeurs leraren NWO
	Motivation, self-regulation and achievements for potentially excellent students	1-1-2013 t/31-12-2015	NWO
UT (1,0FTE)	Differentiaalvergelijkingen	2008-2013	DUDOC (opgehouden)
	Lesson Study	2009-2014	LIO, daarna UT
	Meerbegaafde leerlingen po-vo	2012-2018	Eerste geldstroom
UU (3,2FTE)	DIKT11 promotie	2011 – 2015	Buitenlandse overheid
	DIKT12 promotie	2011 – 2015	Buitenlandse overheid
	DWO promotie	2013 – 2018	Derde geldstroom
	Meta-analysis attitude and achievement in science and mathematics	Aug 2013 - aug 2014	NWO-PROO reviewstudie

## 4.2.

# Resultaten inventarisatie subsidielandschap

De tweede vraag aan de OOC was om een inventarisatie uit te voeren van fondsen en middelen voor wiskundig-didactisch onderzoek, als ook van de succes- en mislukfactoren van acquisitie binnen deze fondsen. In het subsidielandschap voor wiskundig-didactisch onderzoek zijn globaal twee dimensies te herkennen: de dimensie nationaal-internationaal en de dimensie geldstromen. In tabel 5 zijn deze twee dimensies tegen elkaar uitgezet en zijn de cellen met voorbeelden ingevuld.

**Tabel 5: Het subsidielandschap voor wiskundig-didactisch onderzoek met voorbeeldmatige invulling**

GS1	GS2	Overheid	Privaat
Nationaaluniversiteiten	NWO, NRO	OCW, agentschap.nl EZ	Noordhoff
International	ESF, ERC, Horizon 2020, NSF	Sponsoring van PhD students (bijv. Indonesië)	Google, Texas instruments, particuliere instellingen, charity

De inventarisatie die door de commissie is uitgevoerd bevestigt de vooraf aanwezige veronderstelling: het verwerven van middelen wiskundig-didactisch onderzoek is uitermate moeilijk. De volgende factoren en verklaringen hiervoor betreffen onderwijsonderzoek in het algemeen.

- ▶ Onderwijsonderzoek lijkt niet geschikt voor de prestigieuze fondsen zoals Veni-Vidi-Vici (NWO stimuleringsfonds). Binnen dergelijke fondsen staat innovatie centraal (denk aan nieuwe medicijnen of aan onderzoek met nieuwe dure apparatuur) en worden extreem hoge eisen gesteld aan het track record in prestigieuze tijdschriften zoals Nature, Science, en The Lancet. Hetzelfde geldt voor Europese fondsen zoals European Research Council (ERC) en European Science Foundation (ESF).
- ▶ De eerste geldstroom is zoals bij alle disciplines vrijwel opgedroogd. De situatie op hogescholen is beter omdat hogescholen meer gepromoveerde werknemers willen hebben (daar zijn zogeheten vouchers voor). Er is binnen hogescholen echter geen promotieonderzoek gaande gericht op wiskundedidactiek.
- ▶ SLOA-gelden vanuit OCW zijn afgeschaft en het onderzoeksbudget van Kennisnet is verkleind.
- ▶ Het FP7-programma was omvangrijk maar vooral gericht op samenwerking en disseminatie en niet op onderzoek. Het nieuwe programma, Horizon2020, biedt wellicht wat verbetering: gebied 20 is gericht op onderwijs.
- ▶ Particuliere fondsen bestaan in Nederland nauwelijks; dit in tegenstelling tot VS, Verenigd Koninkrijk en Duitsland waar 'charity' een belangrijke financieringsbron vormt. Het Nederlandse taalgebied is te klein voor uitgeverij om veel te investeren, iets wat bijvoorbeeld in Duitsland wel gebeurt.
- ▶ Initiatieven zoals DUDOC en Onderwijsbewijs – waarbinnen enkele onderzoeksprojecten over wiskundeonderwijs zijn gehonoreerd – zijn niet gecontinueerd. Bij DUDOC is er alleen een klein fonds voor deeltijd postdocprojecten voor voormalige DUDOC-promovendi.

Daarnaast is er een aantal ontwikkelingen die specifiek de financiering van wiskundig-didactisch onderzoek bemoeilijken.

- ▶ Wiskundig-didactisch onderzoek valt niet onder de bètawetenschappen omdat onderwijsonderzoek wordt gerekend tot de sociale wetenschappen. Het past echter ook niet onder altijd onder onderwijskunde omdat het heel specifiek op het leren van wiskunde is gericht en vooral wordt uitgevoerd door onderzoekers met een Master's titel in de wiskunde. Subsidieverstrekkingen voor bètaonderzoek zien wiskundig-didactisch onder-



zoek dus niet als behorend bij hun terrein. Subsidieverstrekkers voor de sociale wetenschappen vinden wiskundig-didactisch onderzoek vaak te beperkt qua focus: de resultaten ervan zijn meestal niet voldoende generaliseerbaar naar algemene of fundamentele thema's binnen de onderwijskunde of leerpsychologie (transfer, feedback, scaffolding, embodied cognition etc.). Beoordelaars van voorstellen vinden het onderzoek vaak niet wiskundig genoeg, dan wel niet onderwijskundig genoeg, waardoor het tussen wal en schip valt.

- ▶ Vakverenigingen zoals de Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-WiskundeOnderwijs hebben geen budget voor onderzoek.
- ▶ Mathematics Education is een relatief jonge onderzoeksdiscipline. Vergeleken met disciplines als wiskunde, onderwijskunde of psychologie heeft dit domein een inhaal-slag te maken.
- ▶ De laatste jaren is veel aandacht en geld besteed aan rekenen, niet alleen in het primair onderwijs maar ook in voortgezet onderwijs en middelbaar beroepsonderwijs. Onderzoek naar wiskundendidactiek lijkt hieronder geleden te hebben, terwijl juist bij wiskunde gewerkt wordt aan specifieke hogere orde of complexe denkvaardigheden.

Dit wil niet zeggen dat het onmogelijk is om onderzoeksgeld te werven voor wiskundendidactiek. Uit tabel 4 blijkt dat enkele promovendi zijn gefinancierd door buitenlandse overheden, dat leraren promotiebeurzen kunnen aanvragen, dat vanuit NWO-PROO een excellentievoorstel is gehonoreerd, evenals een reviewstudie. In de recente call van het Nationaal Regieorgaan Onderwijsonderzoek voor praktijkgericht onderwijsonderzoek zijn rekenen en wiskunde, wellicht mede onder invloed van het advies van deze commissie (zie bijlage 2) expliciet als een van de themagebieden erkend. Het gaat daarbij echter om kortlopend onderzoek (maximaal 16 maanden) met een beperkt budget (tot 100.000 euro). Er zijn 35 voorstellen ingediend in het domein taal en rekenen-wiskunde met een totaalbudget van 600.000 euro. Voor wiskundendidactiek kunnen vermoedelijk een of twee voorstellen worden gehonoreerd.

Samengevat is het beeld dat de bronnen voor wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek klein zijn en voor zover beschikbaar vooral gericht op kortlopend praktijkonderzoek van beperkte omvang. Probleem is bovendien dat wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek tussen wal en schip dreigt te vallen: voor algemene fondsen is het te wiskundig, voor bètabronnen te educatief. Over de succeschansen van onderzoeksvorstellen op het gebied van wiskundendidactiek heeft de commissie geen gegevens kunnen achterhalen; de indruk is echter dat deze klein zijn, in ieder geval kleiner dan die van voorstellen met een algemener karakter.

### 4.3.

## Toekomstige onderzoeksthema's

In de PWN-OOC tussenrapportage (zie bijlage 3) is reeds een aantal onderzoeksthema's onderscheiden. Op basis hiervan en van de in hoofdstuk 2 genoemde bronnen bespreken we onderzoeksthema's in relatie tot wiskundige inhoud, leren en onderwijzen.

### 4.3.1. Inhoud

We beginnen met de vraag: wat moeten leerlingen eigenlijk leren? Een thema dat tegenwoordig veel aandacht krijgt, ook buiten het wiskundeonderwijs, is 21st century skills. Een ander thema is hoe de schoolwiskunde zich dient te verhouden tot de andere vakken, in het bijzonder de natuurwetenschappen (curriculaire samenhang). En verder staat ook de taal van de wiskunde op de onderzoeksagenda, mede gezien het grote aantal leerlingen met Nederlands als tweede taal. Deze drie thema's lichten we hieronder kort toe.

### *21st century skills*

Studies naar algemene vaardigheden die in deze eeuw verwacht worden van burgers en werknemers, 21st century skills, wijzen onder meer op het belang van communicatie, samenwerking en ICT-gebruik (Voogt & Pareja Roblin, 2010). In het verlengde daarvan hebben onderwijswetenschappers zich gebogen over de vraag wat dit betekent voor het onderwijs in brede zin. Internationale conferenties in 2013 (Stockholm, april 2013 en Rome, mei 2013) hadden als centrale vraag wat leerlingen over wiskunde zouden moeten leren om 21st century skills te verwerven. Hoewel dit een relevant onderzoeksterrein is, zijn er nog weinig empirische studies die als input voor deze discussie kunnen dienen. Wat duidelijk lijkt, is dat inzicht in ICT-gebruik relevant is, evenals de interpretatie van computeroutput en statistiek. Bovendien is het communiceren over de uitkomsten van wiskundig modelleren van belang. In het hoger onderwijs spelen 21st century skills een rol en de vraag is hoe hierop in het voortgezet onderwijs geanticipeerd kan worden. Hierbij vraagt het beroepsonderwijs een andere didactiek dan het algemeen vormend onderwijs.

### *Curriculaire samenhang*

Er is de laatste jaren veel aandacht geweest voor de samenhang tussen de bètavakken. De vernieuwing van het onderwijs in de bètavakken en de invoering van het vak NLT (natuur, leven en technologie) in het bijzonder hebben expliciet tot doel het interdisciplinaire karakter van natuurwetenschappen voor het voetlicht te brengen. De samenhang van het wiskundecurriculum met dat van de natuurwetenschappen verdient onverminderd aandacht. Ondanks initiatieven is er nog veel werk te doen om curricula op elkaar af te stemmen (Geraedts et al., 2001; Mooldijk & Sonneveld, 2010; Stuurgroep NLT, 2007). De commissie Van de Giessen (2007) ziet mogelijkheden bij modelleren. Dierdorp en collega's (2013) pleiten voor statistisch modelleren als een brug tussen wiskunde en de natuurwetenschappen. Een belangrijke onderzoeksvraag is of leerlingen dergelijke samenhang ook ervaren.

### *De taal van de wiskunde*

Taal en denken zijn nauw verweven. Aandacht voor wiskundetaal is dus nodig bij het leren redeneren. Bovendien is de populatie allochtone jongeren met name in de grote steden toegenomen. Algemener laat onderzoek zien dat taalzwakkere leerlingen speciale talige ondersteuning nodig hebben om mee te komen in de wiskundeles (Smit & Van Eerde, 2011, 2013). Hoe dit precies op grotere schaal kan worden gerealiseerd, is een vraag voor vervolgonderzoek.

## 4.3.2 Leren

Onderzoek naar leerprocessen bij specifieke onderwerpen blijft nodig. Er is nog relatief weinig bekend over statistiekonderwijs en functioneel rekenen. Verder is er nog weinig onderzoek op het gebied van wiskundige denkactiviteiten. Wiskundeonderwijs is meer dan het maken van sommen en het leren van procedures. De nadruk van de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO (2013) op wiskundige denkactiviteiten is een poging om de aard van wiskundig redeneren meer aandacht te geven (zie ook Van Streun & Kop, 2012). Denkactiviteiten zullen in de nieuwe curricula wiskunde havo-vwo per 2015 een grotere rol spelen.

Door de snelle ontwikkelingen op het gebied van ICT, blijft up-to-date onderzoek met veelbelovende educatieve software ook relevant. Uit de onderwijskundige literatuur blijkt dat interactie tussen leerlingen en leraar en tussen leerlingen onderling een belangrijke motor van wiskundig redeneren kan zijn (scaffolding, niveauverhoging etc.).

Het aantal meisjes binnen N-profielen is nog steeds aan de lage kant, en het percentage meisjes in wiskundeopleidingen is internationaal gezien niet hoog (Qompas, 2013). Breder beschouwd is er de cruciale vraag hoe we leerlingen voor wiskunde motiveren en interes-

seren, en eventuele interesse kunnen behouden. Het schaarse beschikbare onderzoek laat namelijk zien dat de interesse van adolescenten voor bètavakken afnemen tijdens de middelbareschooltijd (Frenzel et al., 2010; Osborne et al., 2003).

Ook op deze terreinen blijft onderzoek dus nodig.

### 4.3.3 Onderwijzen en professionalisering van leraren

Goed onderwijs valt of staat met goede docenten (KNAW, 2009). Gebieden waarop veel wiskundedocenten professionalisering zoeken zijn: ICT-gebruik, statistiek, functioneel rekenen en denkactiviteiten. Ook zoeken docenten naar manieren om differentiatie binnen de klas vorm te geven. Denk tevens aan onderzoek naar de effectiviteit van vakdidactische werkwijzen (modellen, instructiestrategieën, methoden, ...) bij het leren en onderwijzen van wiskunde in alle sectoren, en aan onderzoek naar de vakdidactische scholing in lerarenopleidingen: op welke manier kunnen vakkennis en vakdidactische kennis worden geïntegreerd zodat ze tot efficiënte en adequate onderwijspraktijken leiden? Zie ook de PWN-bijdrage aan NRO (bijlage 2). Verder dreigt bij wiskunde een leraarentekort. We bespreken enkele thema's in meer detail.

#### *ICT leren gebruiken in de klas*

Nieuwe technologische ontwikkelingen maken dat de kennis die vereist is voor burgers en werknemers verandert. Computersoftware biedt allerlei mogelijkheden maar ook nieuwe uitdagingen. Leerlingen en docenten moeten hiermee leren werken. Denk ook aan de (on)mogelijkheden van digitale toetsing, die in toenemende mate populair wordt in voortgezet en hoger wiskundeonderwijs. Op het gebied van statistiek voelen veel docenten zich weinig onderlegd omdat ze veelal weinig statistiek in hun vooropleiding hebben gehad, en vaak niet bekend zijn met moderne educatieve software.

#### *Ondersteunen van wiskundige denkactiviteiten*

Docenten vinden het lastig om invulling te geven aan denkactiviteiten, die in de nieuwe curricula wiskunde havo-vwo per 2015 een grotere rol zullen spelen. Opbrengsten van dergelijk onderzoek informeren de eerstegraads lerarenopleiding en kunnen worden vertaald in nascholing voor zittende docenten.

#### *Excellentie en differentiatie*

Meer dan vroeger is er aandacht voor excellentie. Hierbij wordt vaak differentiatie gepropageerd, dus het afstemmen op de leerbehoeftes en -vermogens van alle leerlingen, ook de talentvolle en moeilijk lerende leerlingen. Dit vraagt veel van de leraar, maar vereist ook geschikt lesmateriaal.

#### *Opleiden en behouden van wiskundeleraren*

Er dreigt nog steeds een tekort aan hoogopgeleide wiskundeleraren. Studentaantallen op universitaire lerarenopleidingen voor wiskunde zijn laag. Bovendien blijkt het moeilijk om beginnende wiskundeleraren vast te houden (van Amerom & Drijvers, 2013; Ministerie OCW, 2013). Promotiebeurzen bieden ambitieuze docenten de kans om door te groeien en mogelijk lerarenopleider te worden met stevige ervaring in het onderwijs. Toename van ex-leraren met een promotie in de wiskundendidactiek kan ook het volume en de kwaliteit van onderzoek op dit terrein binnen zowel hogescholen als universiteiten doen toenemen.

Algemener merken we op dat enkele van de hierboven genoemde thema's zich lenen voor fundamenteel onderzoek, maar op het gebied van ondersteunend materiaal is ontwerponderzoek (design-based research) onmisbaar. Ontwerponderzoek verwijst naar vormen van onderzoek waarbij het ontwerpen van leeromgevingen een essentieel onderdeel is van het onderzoeksproces. Een dergelijke fase is onontbeerlijk voordat interventies op grotere schaal geëvalueerd kunnen worden. Binnen de meeste fondsen blijkt het lastig om geld te werven voor ontwerponderzoek en ander praktijknabij onderzoek (zie paragraaf 4.2).

# 5. Conclusies en aanbevelingen



## 5.1.

### Conclusies

Op basis van de in het vorige hoofdstuk geschetste resultaten trekt PWN-OOC de volgende conclusies.

De stand van zaken van het wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek in Nederland is zorgelijk. De beschikbare formatie op de verschillende universiteiten is zeer beperkt. Met name vaste seniorformatie, bijvoorbeeld in de vorm van leerstoelen in de didactiek van de wiskunde, is aanleiding tot grote zorg. Hoewel de onderzoeksoutput, zowel op wetenschappelijk niveau als in de vorm van praktijkgerichte vakpublicaties, respectabel is, valt te vrezen dat deze de komende jaren gaat afnemen als gevolg van de afgenomen beschikbare onderzoeksformatie. Het aantal lopende onderzoeksprojecten is klein, terwijl de behoefte uit het onderwijsveld aan voeding en gefundeerde informatie groot is. Actuele en relevante onderzoeksthema's zijn onder andere 21st century skills, ICT-gebruik, professionalisering van leraren, excellentie en differentiatie, wiskundige denkactiviteiten, integratie met andere vakken, en de taal van de wiskunde.

De inventarisatie van beschikbare fondsen en middelen voor wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek maakt duidelijk dat middelen voor onderwijsonderzoek in het algemeen onder druk staan; specifiek voor wiskundig-didactisch onderzoek blijkt dat aanvragen hiervoor tussen wal en schip kunnen vallen, doordat ze voor financiering vanuit bètafondsen te weinig direct gericht zijn op wiskunde als wetenschap, maar voor middelen uit onderwijskundige bronnen te specifiek en niet genoeg gericht op algemene onderwijskundige thema's.

Als gevolg hiervan is het wiskundendidactisch onderzoek in Nederland versnipperd over formatie van kleine omvang van individuen voor wie vakdidactisch onderzoek slechts een neventaak is. Dit heeft tot gevolg (1) dat men niet met een onderzoeksgroep een onderzoeksthema kan uitbouwen, (2) dat men niet goed van elkaar weet wat men doet, (3) dat er met elkaar geconcurrereerd wordt in plaats van samengewerkt voor het verwerven van de geringe financieringsbronnen, (4) dat deskundigheid op het gebied van wiskundig-didactisch onderzoek onder bijvoorbeeld reviewers en beslissers beperkt is, en (5) dat wiskundeleraren deels opgeleid worden door lerarenopleiders zonder onderzoekachtergrond. Dit heeft grote gevolgen voor het niveau van het wiskundig-didactisch onderzoek en dat van de lerarenopleidingen.

## 5.2.

### Aanbevelingen

Op basis van de hierboven geformuleerde conclusies doet de commissie de volgende aanbevelingen voor vervolgstappen die PWN kan zetten voor het vergroten van steun

voor de acquisitie, uitvoering en valorisatie van wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek in Nederland. Deze aanbevelingen worden kort toegelicht in de vorm van een aantal handvatten.

1. PWN treedt in overleg met bètafaculteiten in Nederland om de instelling van leerstoelen wiskundededidactiek te bevorderen. Om een spreiding over Nederland en over de verschillende typen universiteiten te garanderen, wordt in eerste instantie gedacht aan een leerstoel bij een algemene universiteit en een bij een technische universiteit. Tevens wordt versterking van de wiskundig-didactische community in de vorm van UHD-formatie gestimuleerd.
2. PWN ondersteunt initiatieven ter bevordering van instelling van lectoraten wiskundededidactiek aan een hbo-lerarenopleiding en aanvragen van promotieplaatsen met betrekking tot wiskundig-didactisch onderzoek door docenten van hbo-lerarenopleidingen.
3. PWN treedt op als co-aanvrager op van onderzoeksvorstellen op het terrein van wiskundededidactiek, als mediator bij exacte fondsen voor wetenschappelijk onderzoek en als belangenbehartiger van wiskunde bij algemene onderwijskundige fondsen.
4. PWN is actief als politieke lobbyist voor de zaak van het wiskundig-didactisch onderwijsonderzoek als noodzakelijke voeding van onderwijsbeleid en lerarenopleiding. Contacten met bijvoorbeeld onderwijswoordvoerders van kamerfracties zouden hieraan vorm kunnen geven.
5. PWN stelt een permanente commissie onderwijsonderzoek in, die het bestuur ondersteunt in en adviseert over de bovenstaande acties.

Voor de uitvoering van deze aanbevelingen geven we PWN graag de volgende suggesties mee.

- ▶ Bij het bevorderen van seniorformatie op het niveau van hoogleraar of lector is het van belang dat het profiel voor dergelijke functies de nadruk legt op ervaring en kwaliteit op het gebied van wiskundededidactiek. Vanzelfsprekend is een beheersing van de wiskunde op masterniveau een voorwaarde. Echter, een vakdidactische promotie, het staflidmaatschap van het Interuniversitair Centrum voor Onderwijswetenschappende (de ICO onderzoeksschool, zie <http://www.ico-education.nl/>), een publicatielijst van artikelen op ISI-niveau en het lidmaatschap van een editorial board van een tijdschrift voor vakdidactisch onderwijsonderzoek zijn kwalificaties die zwaarder wegen dan een promotie in de wiskunde of onderwijstaken binnen masterprogramma's wiskunde.
- ▶ In het kader van het ontwikkelen van human capital in het vakgebied is het van belang dat wiskundedocenten kansen krijgen voor een vakdidactische promotie. Het DUDOC-project bood deze mogelijkheid en NWO kent lerarenpromotiebeurzen. De drempel voor dergelijke trajecten is voor docenten echter hoog. Het verdient aanbevelingen om kortere, oriënterende pre-trajecten op te zetten, waarin beginnende onderzoekers hun eerste stappen op het pad van onderwijsonderzoek kunnen zetten zonder meteen aan hoge verwachtingen te moeten voldoen.
- ▶ Het zou een interessant initiatief zijn om een jaarlijkse conferentie of studiedag wiskundededidactiek of onderzoek wiskundeonderwijs te organiseren. PWN zou hiervoor bij uitstek de gastheer en initiatiefnemer kunnen zijn.
- ▶ Bestaande succesvolle kanalen voor de disseminatie van vakdidactische kennis moeten worden voortgezet. Denk bijvoorbeeld aan de Google Leergang Wiskunde, aan het Expertisecentrum Lerarenopleiding Wiskunde- en Rekenonderwijs (Elwier, [www.elwier.nl](http://www.elwier.nl)).

# 6. Referenties

- Amerom, B. van, & Drijvers, P. (2013). De lerarenopleiding wiskunde in Nederland: instroom, doorstroom en uitstroom. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 34(3), 17-26.
- cTWO (2013). Denken en doen. Utrecht: cTWO.
- Dierdor, A., Bakker, A., Eijkelhof, H. M. C., & van Maanen, J. A. (2013). Betekenisvolle statistiek in beroepspraktijken als brug tussen wiskunde en natuurwetenschappen: Evaluatie van een ontwerponderzoek. *Pedagogische Studien*, 90, 4 - 18.
- Dijkgraaf, R. et al. (2013). *Chemistry & Physics, Fundamental for our future. Vision document 2025*.  
<http://www.fom.nl/live/english/news/archives/pressreleases2013/artikel.pag?objectnumber=242280>
- Frenzel, A. C., Goetz, T., Pekrun, R., Watt, H. M. G. (2010). Development of mathematics interest in adolescence: Influences of gender, family, and school context. *Journal of Research on Adolescence*, 20, 507-537.
- Geraedts, C. L., Boersma, K. T., Huijs, H. A. M., & Eijkelhof, H. M. C. (2001). *Ruimte voor sonate*. Delft: Stichting Axis.
- Giessen, C. van de, Hengeveld, T., Kooij, H. van der, Rijke, K., & Sonneveld, W. (2007). Eindverslag van Werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde. Utrecht: cTWO en NiNa.
- KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool: Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Lenstra, J. K., et al. (2014). *Formulas for Insight and Innovation, Mathematical Sciences in the Netherlands. Vision document 2025*. Amsterdam: Platform Wiskunde Nederland.  
[http://www.platformwiskunde.nl/home\\_vision\\_document\\_2025.htm](http://www.platformwiskunde.nl/home_vision_document_2025.htm)
- Ministerie van OCW (2013). *Begeleiding van beginnende leraren in het beroep. Raamplan voor regionaal te starten projecten*.
- Mooldijk, A., & Sonneveld, W. (2010). Coherent education in mathematics and physics: The theme of proportionality in mathematics and physics. In N. Valadines (Eds.), *Trend in Science and Mathematics Education (TiSME)* (pp. 43-50). Cyprus: Cassoulides.
- Osborne, J., Simon, S., & Collins, S. (2003). Attitudes towards science: A review of the literature and its implications. *International Journal of Science Education*, 25(9).
- Streun, A. van, & Kop, P. (2012). Wiskundige denkactiviteiten. In Drijvers, P., Van Streun, A., & Zwaneveld, B. (2012), *Handboek Wiskundedidactiek* (pp. 339-368). Amsterdam: Epsilon.
- Stuurgroep-NLT. (2007). *Contouren van een nieuw bètavak*. Enschede: Stuurgroep-NLT.
- Qompas (2013). *De digitale gids voor profielkeuze en loopbaanoriëntatie*, maart 2013.
- Voogt, J., & N. Pareja Roblin (2010). *21st century skills. Een discussienota*. Hengelo: Universiteit Twente.

# Bijlagen

## Bijlage 1

### Samenstelling commissie

- ▶ Dr. Arthur Bakker, Universiteit Utrecht
- ▶ Dr. Paul Drijvers, Universiteit Utrecht / Cito
- ▶ Drs. Marian Kollenveld, PWN (waarnemer vanuit bestuur)
- ▶ Ir. Ton Konings, Hogeschool Arnhem Nijmegen
- ▶ Dr. Nellie Verhoef, Universiteit Twente (voorzitter)

De commissie is tijdens haar werk geadviseerd door dr. Rijkje Dekker (Universiteit van Amsterdam) en prof. dr. Pauline Vos (Universiteit i Agder, Kristiansand, Noorwegen). De commissie spreekt haar dank uit aan prof. dr. Harrie Eijkelhof, prof. dr. Paul A. Kirschner en drs. Vincent Jonker voor hun waardevolle adviezen. De commissie is bij haar werkzaamheden ondersteund door Thijs Weggemans, Universiteit Twente.

## Bijlage 2

### Bijdrage PWN onderzoeksagenda NRO

**Professionalisering van docenten wiskunde Thema-voorstel vanuit Platform Wiskunde Nederland voor onderzoeksagenda NRO Mei 2013**

#### 1. Theoretisch, beleidsmatig en onderwijspraktijkgericht kader

De kwaliteit van het Nederlandse onderwijs vraagt voortdurende aandacht. Algemeen wordt erkend dat de rol van de docent hierin een doorslaggevende factor is. De maatschappij vraagt steeds indringender om docenten die in staat zijn hun leerlingen adequaat te begeleiden naar een passende vervolgopleiding. In dit kader heeft het vorige kabinet in het Actieplan Leraar 2020 een aantal doelen geformuleerd ten aanzien van het bevorderen van de kwaliteit en de professionele ontwikkeling van docenten (OCW, 2011). Dit vormt het beleidsmatige uitgangspunt voor het voorgestelde thema, dat betrekking heeft op de professionalisering van docenten wiskunde.

Vanuit de onderwijspraktijk is er momenteel grote vraag naar goed geschoolde wiskundedocenten. Om verschillende redenen is deze vraag urgent. Ten eerste zullen in 2015 naar verwachting nieuwe wiskundecurricula worden ingevoerd, waarin behalve nieuwe onderwerpen zoals analytische meetkunde ook nieuwe didactische benaderingen van bijvoorbeeld statistiek (bijvoorbeeld het analyseren van grote datasets met ICT, zie Biehler et al., 2013)) en wiskunde als denkactiviteit aan de orde zijn (cTWO, 2013). Ten tweede neemt het aantal wiskundedocenten toe dat geen onderwijsbevoegdheid heeft of niet de adequate bevoegdheid voor het betreffende onderwijsniveau (Van Amerom & Drijvers, 2013). Ten derde vinden er onderwijsvernieuwingen plaats, zoals de invoering van ICT in de vorm van digitale schoolborden en tablets, die het inzicht van de leerling echter niet automatisch bevorderen, de praktijk van de wiskundedocent sterk beïnvloeden en vragen om professionele ontwikkeling (Drijvers, Tacoma,



Besamusca, Doorman & Boon, 2013). Ook de rol van ICT bij toetsing vraagt aandacht. Ten vierde worden wiskunde-docenten evenals de collega's in andere vakken in toenemende mate betrokken bij het remediëren van rekenvaardigheden van hun leerlingen met het oog op de referentietoetsen rekenen, terwijl dit niet de primaire expertise en ervaring van deze docenten is.

Verschillende theoretische invalshoeken hebben betrekking op de ontwikkeling van docenten. Shulman (1986, 1987) definieert 'pedagogical content knowledge' (PCK) als één van de zeven categorieën uit de kennisbasis van docenten "that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding" (p. 8). Het begrip 'mathematical knowledge for teaching' (MKT) komt voort uit een poging om PCK te verfijnen en experimenteel te valideren in het licht van het wiskundeonderwijs (Ball et al., 2008). Specifiek met het oog op de rol van ICT in het onderwijs is het TPACK model ontwikkeld, dat ook technologische kennis toevoegt (Koehler, Mishra, & Yahya, 2007).

De professionele ontwikkeling van docenten is te beschouwen als een continu proces, dat begint bij de initiële lerarenopleiding en gedurende de gehele loopbaan voortduurt (Borko, 2004), en waarin verschillende docentrollen aan de orde komen. Zo bereidt de ideale docent de leerling niet alleen op een vakinhoudelijke manier voor op het eindexamen, maar is hij tevens een goede ambassadeur van zijn vak en weet hij daarvan een positief maar realistisch beeld te geven, zodat leerlingen worden aangetrokken tot vervolgoopleidingen waarin wiskunde een belangrijke rol speelt (Gallanger, 1991). Docenten zijn behalve ontwerpers van effectieve lessen ook kenners van activiteiten van hun leerlingen. De invulling van deze complexe rollen vraagt om intensieve samenwerking met de wetenschap. Docenten die zich professionaliseren zijn in staat bruggen te slaan tussen beleid, praktijk en wetenschap (Van den Akker, Kuiper, & Nieveen, 2012).

Ten aanzien van de methodologische aanpak kan worden aangesloten bij recente inzichten met betrekking tot het samenwerken in teams, dat een vruchtbare manier is om de professionele ontwikkeling van docenten vorm te geven (Crow & Pounder, 2000; Reiser & Dempsey, 2002). Daarbinnen is de aanpak van de Lesson Study een bron van inspiratie. In Japan wordt lesson study al meer dan een eeuw ingezet om het wiskundeonderwijs te verbeteren (Inagaki, Terasako, & Matsudaira, 1988). Lesson study kenmerkt het live onderzoeken van de eigen lespraktijk aan de hand van observaties, discussies in nabesprekingen en reflecties (Fernandez & Yoshida, 2004). Eerste ervaringen met lesson study in schooloverstijgende vakgebonden

professionalisering in het voortgezet onderwijs zijn positief te noemen (Verhoef & Tall, 2013).

Samengevat richt het voorgestelde thema zich op alle bovengenoemde aspecten. Het omvat zowel de initiële opleiding als de nascholing en betreft zowel vakinhoudelijke aspecten (kennis van nieuwe curricula) als onderwijskundige ontwikkelingen (denk aan de integratie van ICT). Het leidt tot een theoretisch onderbouwde en wetenschappelijke benadering van een maatschappelijk probleem, namelijk het voorzien in de behoefte aan goed opgeleide wiskundedocenten.

## 2. Relevantie van het thema

Het voorgestelde thema is juist de komende jaren van bijzondere relevantie vanwege enerzijds de hierboven geschetste ontwikkelingen in het (wiskunde)onderwijs, en anderzijds vanwege de vraag vanuit de arbeidsmarkt naar bètagewalificeerde instroom.

## 3. Partijen die bij het onderzoek betrokken moeten worden

Het voorgestelde thema is erop gericht dat wetenschappelijke kwaliteit en praktische bruikbaarheid hand in hand gaan. Netwerken van scholen, universiteiten en vakverenigingen worden nadrukkelijk nagestreefd. Wat betreft scholen is draagvlak bij schooldirecties en docenten van belang (Waterreus & van der Heul, 2012). De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) is hierbij een natuurlijke partner. De lerarenopleidingen kunnen betrokken worden via het Expertisecentrum Lerarenopleidingen Wiskunde en Rekenen (ELWleR). Op de initiële opleiding zullen aankomende docenten leren bruggen te slaan tussen vakdidactische theorie en de onderwijspraktijk (Ballering, Konings, Krabbendam & Staal, 2010; Konings, 2013). De Vereniging van Onderwijsresearch (VOR), en daarbinnen met name de divisie Bèta en Techniek, zal bij dit thema betrokken worden voor de onderzoeksmatige en theoretische invulling. Het Platform Wiskunde Nederland kan bijdragen aan de wiskundig-inhoudelijke inbedding van het thema met betrekking tot de curriculaire aspecten. Het Platform Wiskunde Nederland is in oktober 2010 opgericht door het Koninklijk Wiskundig Genootschap en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren om te komen tot een versterking van de positie van het wiskunde onderzoek en onderwijs in Nederland.



## Referenties

- Akker, J. J. H. van den, Kuiper, W., & Nieveen, N. (2012). Bruggen slaan tussen beleid, praktijk en wetenschap in curriculumontwikkeling en -onderzoek. *Pedagogische Studiën*, 89(6), 399-410.
- Amerom, B. van, & Drijvers, P. (2013). De lerarenopleiding wiskunde in Nederland: instroom, doorstroom en uitstroom. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 34(3), 17-26.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Ballering, F., Konings, T., Krabbendam, H., & Staal, H. (2010). *Vakdidactiek: Theorie of Praktijk? Een onderzoek naar het effect van vakdidactische cursussen in de stage, in het bijzonder naar het gebruik van beoordelingsschema's en de Kennisbank Wiskunde*. Nijmegen: SLW.
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A., & Makar, K. (2013). Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. In M. A. Clement, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, J., & A. Y. L. Leung, (Eds.). *Third International Handbook on Mathematics Education* (pp. 643-689). New York: Springer
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (2013). *Denken & doen; wiskunde op havo en vwo per 2015*. Utrecht: cTWO.
- Crow, G. M., & Pounder, D. G. (2000). Interdisciplinary teacher teams: Context, design, and process. *Educational Administration Quarterly*, 36(2), 216-254.
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). *DocentPraktijken in ICT-rijk wiskundeonderwijs*. Zoetermeer: Kennisnet. <http://onderzoek.kennisnet.nl/onderzoeken-totaal/docentpraktijken>
- Fernandez, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Gallagher, J. J. (1991). Prospective and practicing secondary school science teachers' knowledge and beliefs about the philosophy of science. *Science Education*, 75(1), 121-133.
- Ingaki, T., Terasaki, M., & Matsudaira, N. (Eds.). (1988). *The life course of teachers*. Tokyo: Tokaidagaku Shuppankai.
- Koehler, M. J., Mishra, P., & Yahya, K. (2007). Tracing the development of teacher knowledge in a design seminar: Integrating content, pedagogy and technology. *Computers & Education*, 49, 740-762.
- Konings, T. (2013). Klein vakdidactisch onderzoek algebra deel 6: van analyse van een vakdidactisch probleem tot vakdidactisch gesprek. *Euclides*, 88(7) (geaccepteerd voor publicatie).
- Ministerie van OCW (2011). Actieplan Leraar 2020. <http://www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/kamerstukken/2011/05/23/actieplan-leraar-2020.html>
- Reiser, R. A., & Dempsey, J. V. (2002). *Trends and issues in instructional design and technology*. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-21.
- Verhoef, N. C., & Tall, D. O. (2013). The Complexities of Lesson Study in a European situation. *International Journal of Science and Mathematics Education* (accepted for publication).
- Waterreus, I., & Heuk, I. van den (2012). Stapsgewijze verbeteringen in het onderwijs en samenwerking tussen onderwijsonderzoek en onderwijspraktijk. *Pedagogische Studiën*, 89(6), 377-387.

# Tussenrapportage PWN-OOC

**Pleidooi voor leerstoelen wiskundendidactiek**  
**Tussenrapportage OnderwijsOnderzoeksCommissie**  
**Platform Wiskunde Nederland**

**Augustus 2013**

## Inleiding

In het voorjaar van 2013 is binnen PWN de OnderwijsOnderzoekCommissie van start gegaan. De opdracht vanuit het PWN-bestuur aan deze commissie kent als eerste punt de “inventarisatie van de stand van zaken van het wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland: onderzoeksformatie, onderzoeksoutput, lopend onderzoek”. In deze deelrapportage doet de commissie tussentijds verslag van de bevindingen op dit punt en wordt nadrukkelijk gepleit voor het instellen dan wel opnieuw bezetten van leerstoelen wiskundendidactiek in Nederland. De eindrapportage van de commissie is voorzien voor eind 2013.

## Resultaten inventarisatie

In juni-juli 2013 heeft de commissie een inventarisatie onder de universiteiten en hogescholen in Nederland uitgevoerd. In deze tussenrapportage concentreren we ons op de structurele (vaste) onderzoeksformatie op het terrein van wiskundendidactiek VO en HO. Het voorlopige resultaat is dat er op Nederlandse universiteiten op de peildatum de volgende onderzoeksformatie voor vakdidactiek wiskunde VO-HO beschikbaar is:

Vaste formatie UD-niveau	1,7 fte
Vaste formatie UHD-niveau	0,4 fte
Formatie HGL-niveau	0,3 fte

Hierbij zijn de volgende toelichtende opmerkingen van belang.

- ▶ De vaste formatie op UD-niveau betreft vooral deeltijd-formatie voor universitaire lerarenopleiders wiskunde, die in veel gevallen niet binnen de bètafaculteit maar binnen het instituut voor lerarenopleiding zijn aangesteld. De meeste betrokkenen hebben een onderzoeksformatie van rond de 0,2 fte.
- ▶ In de HGL-formatie is de 0,1 bijzondere leerstoel van Van Maanen in Utrecht ondanks het tijdelijke karakter meegeteld. Het 1,0 kernhoogleraarschap van Van den Heuvel-Panhuizen in Utrecht is voor 0,2 meegeteld omdat het zwaartepunt van deze leerstoel in het PO ligt.

De commissie vindt de totale omvang van de formatie voor wiskundendidactisch onderzoek alarmerend laag en constateert dat de formatie ontbreekt om in Nederland een levensvatbare onderzoekslijn op dit vakgebied te reali-

seren. Wat betreft de formatie op HGL-niveau merken we op dat de leerstoel aan de OU over het leren van docenten, die weliswaar een algemeen karakter had maar door de wiskundige Zwaneveld werd bezet, is opgeheven. De leerstoel van Gravemeijer in Eindhoven is evenmin opnieuw ingevuld na diens emiritaat. Voeg hierbij het feit dat een van de twee leerstoelen in Utrecht tijdelijk en van zeer beperkte omvang is, terwijl de andere gedeeltelijk is verplaatst naar de faculteit Sociale Wetenschappen en herbezetting daarvan na het emeritaat van prof. Van den Heuvel-Panhuizen onzeker is, en we moeten constateren dat de kans reëel is dat er binnen enkele jaren geen leerstoel wiskundendidactiek meer is in Nederland.

## Het belang van leerstoelen wiskundendidactiek

De kwaliteit van het Nederlandse wiskundeonderwijs vraagt voortdurende aandacht. Goed wiskundeonderwijs draagt wezenlijk bij aan de kenniseconomie; inspirerende wiskundelessen in het voortgezet onderwijs leiden tot een grotere en beter voorbereide instroom in de bètasectoren van het hoger onderwijs. Het realiseren van goed wiskundeonderwijs in Nederland vraagt om een vruchtbare en efficiënte samenwerking tussen vele betrokken partijen.

Wiskundendidactisch onderzoek levert een belangrijke bijdrage aan de kwaliteit van het wiskundeonderwijs. Resultaten ervan kunnen de ontwikkeling van wiskunde-curricula sturen, de onderwijspraktijk actualiseren en vitaliseren, de kwaliteit van de lerarenopleiding bevorderen en de toets- en examenpraktijk voeden. Wiskundendidactisch onderzoek is een onmisbaar element in een gezonde infrastructuur voor goed wiskundeonderwijs.

Hoogleraren wiskundendidactiek zijn essentiële hoofdrolspelers in deze keten. Kernactiviteiten die horen bij een leerstoel wiskundendidactiek zijn onder meer het agenderen van wiskundendidactisch onderzoek bij beleidsmakers en subsidieverstrekking, het uitzetten en coördineren van coherente en praktijkrelevante onderzoekslijnen, het begeleiden van onderzoek door bijvoorbeeld promovendi en leraren met onderzoeksbeursen, en het publiceren over en dissemineren van onderzoeksresultaten op zowel wetenschappelijk als praktijkgericht niveau. Tevens functioneren hoogleraren wiskundendidactiek als ‘boegbeelden’ van het vakgebied en als ‘bruggenbouwers’ tussen de werelden van professionele wiskundebeoefening, onderwijsonderzoek, onderwijspraktijk en onderwijsbeleid. Een succesvolle aanpak van deze kernactiviteiten vraagt om een hoogleraarstatus; om deze pleit de commissie dan ook nadrukkelijk voor het instellen dan wel herbezetten van leerstoelen wiskundendidactiek in de nabije toekomst.

## Concrete eerste stappen

In concreto stelt de commissie voor dat de mogelijkheden onderzocht worden voor leerstoelen wiskundendidactiek. Om te grote concentratie te voorkomen en een spreiding over Nederland en over de verschillende typen universiteiten te garanderen, wordt in eerste instantie gedacht aan een leerstoel bij een algemene universiteit en een bij een technische universiteit. Vanzelfsprekend zou een goede samenwerking van groot belang zijn.

Als concretisering van de hierboven genoemde kernactiviteiten noemen we hieronder enkele aandachtspunten waarop de betreffende hoogleraren zich zouden kunnen richten.

- ▶ Onderzoek naar de nieuwe curricula wiskunde havo-vwo per 2015: welke gevolgen voor didactiek en onderwijs (denkactiviteiten), welke achterliggende filosofie en aard van toepassingen, welke didactische opties voor nieuwe onderwerpen? Opbrengsten op deze gebieden informeren de eerstegraads lerarenopleiding en kunnen worden vertaald in nascholing voor zittende docenten.
- ▶ Onderzoek naar de vakdidactische scholing in lerarenopleidingen: op welke manier kunnen vakkennis en vakdidactische kennis worden geïntegreerd zodat ze tot efficiënte en adequate onderwijspraktijken leiden?
- ▶ Onderzoek naar toetsing: welke manieren van toetsing zijn efficiënt, betrouwbaar en valide? Welke rol kan ICT hierin spelen? Hoe verhoudt zich de vertaling van het curriculum in eindexamens VO tot de wensen en verwachtingen van het hoger onderwijs?
- ▶ Onderzoek naar de aansluiting VO-HO: welke factoren beïnvloeden de keuze van de vervolgstudie, hoe kan het VO daarop inspelen, op welke manier kan het HO de aansluiting verbeteren?
- ▶ Onderzoek naar didactiek van het bacheloronderwijs wiskunde in bètastudies: op welke manier kan het rendement van wiskundecursussen verbeteren, hoe kan beter worden aangesloten bij de voorkennis van de student, dan wel bij de behoeften vanuit de vervolgstudie?
- ▶ Onderzoek naar de effectiviteit van vakdidactische werkwijzen (modellen, instructiestrategieën, methoden, ...) bij het leren en onderwijzen van wiskunde in alle sectoren VO, MBO en HBO.

Om te voorkomen dat de invulling van de leerstoelen te versnipperd wordt, zal vanzelfsprekend een nadere focus bij de invulling van de leerstoelen moeten worden vastgesteld.

## Onderzoeksoutput 2009-2013

## ISI-artikelen

- Bakker, A., & Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 5-26.
- Bakker, A., Boersma, K., & Van Driel, J. (2013). Onderzoek naar de vernieuwingen in het bètaonderwijs. *Pedagogische Studiën*, 90(2), 2-3.
- Bakker, A., Groenvelde, D. J. G., Wijers, M., Akkerman, S. F., & Gravemeijer, K. P. E. (in press). Proportional reasoning in the laboratory: An intervention study in vocational education. *Educational Studies in Mathematics*.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. *Computers & Education*, 58(1), 197-208.
- Dierdorff, A., Bakker, A., Eijkelhof, H. M. C., & van Maanen, J. A. (2013). Betekenisvolle statistiek in beroepspraktijken als brug tussen wiskunde en natuurwetenschappen: Evaluatie van een ontwerponderzoek. *Pedagogische Studiën*, 90(2), 4-18.
- Dierdorff, A., Bakker, A., Eijkelhof, H.M.C., & Maanen, J.A. van (2011). Authentic practices as contexts for learning to draw inferences beyond correlated data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 132-151.
- Doorman, L.M., Drijvers, P., Gravemeijer, K.P.E., Boon, P.B.J., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1243-1267.
- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1243-1267.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- Drijvers, P., Godino, J.D., Font, V., & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses; A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 23-49.
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 152-173.
- Maulana, R., Opdenakker, M.C., Brok, P.J. den, & Bosker, R. (2012). Teacher-student interpersonal behavior in secondary mathematics classes in Indonesia. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(1), 21-47.
- Perrenet, J.C., & Taconis, R. (2009). Mathematical enculturation from the students' perspective: shifts in problem-solving beliefs and behaviour during the bachelor programme. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 181-198.
- Reed, H., Drijvers, P., & Kirschner, P. (2010). Effects of attitudes and behaviours on learning mathematics with computer tools. *Computers & Education*, 55(1), 1-15.
- Tempelaar, D. T., Rienties, B., Kaper, W., Giesbers, B., Van Gastel, L., Van de Vrie E., Van der Kooij, H., & Cuyppers, H. (2011). Effectiviteit van facultatief aansluitonderwijs wiskunde in de transitie van voortgezet naar hoger onderwijs. *Pedagogische Studiën*, 88(4), 231-248.
- Tempelaar, D.T., Rienties, B., Kaper, W., Giesbers, B., Gastel, L. van, Vrie, E. van de, Kooij, H. van der, & Cuyppers, H. (2011). Effectiviteit van facultatief aansluitonderwijs wiskunde in de transitie van voortgezet naar hoger onderwijs. *Pedagogische Studiën*, 88(4), 231-248.
- Van Drie, J., & Dekker, R. (2013). Theoretical triangulation as an approach for revealing the complexity of a classroom discussion. *British Educational Research Journal*, 39(2), 338-360.
- Verhoef, N. C., Coenders, F.G.M., Smaalen, van D., & Tall, D.O. (2013). The complexities of lesson study in a European situation. *International Journal of Science and Mathematics Education*. doi: 10.1007/s10763-013-9436-6.
- Verhoef, N. C., Zwartveen-Roosenbrand, J. A., Joolingen, van W. R., & Pieters, J. M. (2013). Wiskundig begrip bij het modelleren van veranderingsprocessen met differentiaalvergelijkingen. *Pedagogische Studiën*, 90(1), 33-46.
- Witterholt, M., Goedhart, M. J., Suhre, C., & Streun, A. van. (2012). The Interconnected Model of Professional Growth as a means to assess the development of a mathematics teacher. *Teaching and Teacher Education*, 28(5), 661-674.

## ICO-artikelen

- Bakker, A., Wijers, M.M., Jonker, V.H., & Akkerman, S. (2011). The use, nature and purposes of measurement in intermediate-level occupations. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 43(5), 737-746.
- Ben-Zvi, D., Aridor, K., Makar, K., & Bakker, A. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 44(7), 913-925.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2010). Digital tools for algebra education: Criteria and evaluation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 45-62.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2010). Symbol sense behavior in digital activities. *For the Learning of Mathematics*, 30(3), 43-49.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2012). Effects of feedback in an online algebra intervention. *Technology, Knowledge and Learning*, 17(1/2), 43-59.
- Brok, P.J. den, Eerde, H.A.A. van, & Hajer, M. (2010). Classroom interaction studies as a source for teacher competencies: the use of multiple instruments for studying teacher competencies in multicultural schools. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 16(6), 717-733.
- Doorman, L.M., & Gravemeijer, K.P.E. (2009). Emergent modeling: discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 41(1), 199-211.
- Drijvers, P., & Weigand, H.-G. (Eds.) (2010). Handheld technology in the mathematics classroom. Special Issue. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 42(7).
- Heck, A., Kedzierska, E., & Ellermeijer, T. (2009). Design and Implementation of an Integrated Computer Working Environment. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 147 - 161.
- Hoek, D., & Gravemeijer, K.P.E. (2011). Changes of interaction during the development of a mathematical learning environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 393-411.
- Jupri, A., Drijvers, P., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (in press). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*.
- Kieran, C., Boileau, A., Tanguay, D., & Drijvers, P. (in press). Design Researchers' Documentational genesis in a study on equivalence of algebraic expressions. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*.
- Maaß, K., & Doorman, M. (in press). A model for a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*.
- Palha, S., Dekker, R., Gravemeijer, K., & Van Hout-Wolters, B., (2013). Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 142-159.
- Pijls, M., & Dekker, R. (2011). Students discussing their mathematical ideas: the role of the teacher. *Mathematics Education Research Journal*, 23(4), 379-396.
- Smith, J.P., Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den, & Teppo, A.R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 43(5), 617-620.
- Tacoma, S., Drijvers, P., & Boon, P. (2011). The use of a digital environment to improve first year science students' symbol sense. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 30(4), 403-428.
- Tatsis, K., & Dekker, R. (2010). Combining approaches for the analysis of collaborative mathematics learning. *For the Learning of Mathematics*, 30(2), 18-21.
- Trouche, L., & Drijvers, P. (2010). Handheld technology: Flashback into the future. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 667-681.
- Verhoef, N.C., Coenders, F.G.M., Smaalen, D. van, Pieters, J.M., & Tall, D.O. (2013). Professional development through lesson study: teaching the derivative using GeoGebra. *Professional Development in Education* (accepted for publication).
- Wijers, M., Jonker, V., & Drijvers, P. (2010). MobileMath; exploring mathematics outside the classroom. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 789-799.

## Boeken

- Doorman, L.M. (2011). *Teaching and professional development materials for IBL*. Utrecht: Primas.
- Drijvers, P. (Ed.) (2010). *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown*. Rotterdam: Sense.
- Drijvers, P., Van Streun, A., & Zwaneveld, B. (Red.) (2012). *Handboek Wiskundedidactiek*. Utrecht: Epsilon.
- Heck, A. (2012). Een Geogebra-ondersteunde benadering van sinus en cosinus. In *Vakantiecursus 2012: de exacte benadering*.
- Kool, M.J.H., & Moor, E.W.A. de (2009). *Wiskunde is leuker dan/als je denkt*. Amsterdam: Bert Bakker.



- Reed, H., Wijers, M.M., Drijvers, P., Jonker, V.H., & Galen, F.H.J. van (2009). *Het digitale schoolbord als katalysator voor begripsontwikkeling bij rekenen-wiskunde*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Yackel, E., Gravemeijer, K.P.E., & Sfard, A. (2011). *A journey in mathematics education research: Insights from the work of Paul Cobb*. Dordrecht: Springer.
- Boekhoofdstukken**
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A., & Makar, K. (2013). Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. In M. A. Clement, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, J., & A. Y. L. Leung, (Eds.), *Third International Handbook on Mathematics Education* (643-689). New York: Springer. doi: 10.1007/978-1-4614-4684-2\_21
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K.P.E. (2011). Participating in classroom mathematical practices. In A. Sfard, K. Gravemeijer, & E. Yackel (Eds.), *A journey in mathematics education research: Insights from the work of Paul Cobb* (117-163). Berlin: Springer.
- Doorman, M., & Drijvers, P. (2010). Algebra in function. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (119-136). Rotterdam: Sense.
- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (in press). Design research in mathematics education: the case of an ICT-rich learning arrangement for the concept of function. In T. Plomp & N. Nieveen, *Educational Design Research: Introduction and Illustrative Cases*. Accepted for publication.
- Drijvers, P. (2012). Teachers transforming resources into orchestrations. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: mathematics curriculum materials and teacher development* (265-281). New York/Berlin: Springer.
- Drijvers, P., Boon, P., & Van Reeuwijk, M. (2010). Algebra and technology. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (179-202). Rotterdam: Sense.
- Drijvers, P., Dekker, G.H., & Wijers, M.M. (2010). Patterns and formulas. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (89-100). Rotterdam: Sense Publishers.
- Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2010). Algebra education: exploring topics and themes. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (5-26). Rotterdam: Sense.
- Drijvers, P., Kieran, C., & Mariotti, M. A. (2010). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. In C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology - Rethinking the terrain* (89-132). New York/Berlin: Springer.
- Drijvers, P., & Kop, P. (2012). Variabelen en vergelijkingen. In P. Drijvers, A., van Streun, & B. Zwaneveld (Red.), *Handboek Wiskundendidactiek* (53-82). Utrecht: Epsilon.
- Drijvers, P., Mariotti, M. A., Olive, J., & Sacristan, A. I. (2010). Learning and assessing mathematics with and through digital technologies: Introduction to the section. In C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology - Rethinking the terrain* (81-87). New York/Berlin: Springer.
- Drijvers, P., & Zwaneveld, B. (2012). ICT in het wiskundeonderwijs. In P. Drijvers, A., van Streun, & B. Zwaneveld (Red.), *Handboek Wiskundendidactiek* (265-298). Utrecht: Epsilon.
- Gravemeijer, K., Doorman, M., & Drijvers, P. (2010). Symbolising and the development of meaning in computer-supported algebra education. In L. Verschaffel, E. de Corte, T. de Jong, & J. Elen (Eds.), *Use of representations in reasoning and problem solving. Analysis and improvement* (191-208). Abington/New York: Routledge.
- Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den, Kolovou, A., & Peltenburg, M.C. (2011). Using ICT to improve assessment. In B. Kaur & W.K. Yoong (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom: Yearbook 2011 Association of Mathematics Educators* (165-185). Singapore: World Scientific and AME.
- Roorda, G., & Daemen J.W.M.H. (2012). Differentiëren in breed perspectief. In Van Streun, A., Zwaneveld, B., & Drijvers, P. (Eds.), *Handboek Vakdidactiek Wiskunde*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Schaap, S., Vos, P., & Goedhart, M.J. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 137-146). New York: Springer.
- Streun, A. van, & Verhoef, N.C. (2012). Meetkunde. In P. Drijvers, A. van Streun, & B. Zwaneveld (Eds.), *Handboek wiskundendidactiek*. Utrecht: Epsilon uitgaven.
- Tempelaar, D. T., Rienties, B., Giesbers, B., & Schim van der Loeff, S. (2013). Cultural differences in learning approaches. In P. Van den Bossche, W. H. Gijsselaers, & Richard G. Milter (Eds.), *Facilitating Learning in the 21st Century: Leading through Technology, Diversity and Authenticity*. Dordrecht: Springer-Verlag.
- Tempelaar, D. T., Rienties, B., & Giesbers, B. (2011). Student Learning Preferences in a Blended Learning Environment: Investigating the Relationship Between Tool Use and Learning Approaches. In P. Van den Bossche, W. H. Gijsselaers, & R. G. Milter (Eds.), *Advances in Business Education and Training, 1, Volume 3, Building Learning Experiences in a Changing World, Part 3*, 195-212. Berlin: Springer-Verlag.
- Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G., & Sacristán, A. I. (2013). Technology-driven developments and policy implications for mathematics education. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (753-790). New York/Berlin: Springer.
- Van Streun, A., Zwaneveld, B., & Drijvers, P. (2012). Statistiek. In P. Drijvers, A., van Streun, & B. Zwaneveld (Red.), *Handboek Wiskundendidactiek* (205-234). Utrecht: Epsilon.
- Vos, P. (2009). The Dutch Maths Curriculum: 25 Years of Modelling. In R. Lesh, P.L. Galbraith, C.R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modelling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 611-620). New York: Springer.
- Vos, P. (2011). Theoretical and curricular reflections on modelling – overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp 665-668). New York: Springer.
- Vos, P. (2011). What is 'Authentic' in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp 713-722). New York: Springer.
- Vos, P. (2013). Assessment of Modelling in Mathematics Examination Papers; Ready-Made Models and Reproductive Mathematizing. In G. Kaiser, G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Mathematical Modelling: Connecting to Practice – Teaching practice and the practice of applied mathematicians*. New York: Springer.
- Wijers, M.M., & Jonker, V.H. (2010). MobileMath: a location-aware game for mathematics. In E. Brown (Ed.), *Education in the wild: contextual and location-based mobile learning in action. A report from the STELLAR Alpine Rendez-Vous workshop series* (20-22). Nottingham: University of Nottingham.
- Yackel, E., & Gravemeijer, K.P.E. (2011). Introduction. In E. Yackel, K.P.E. Gravemeijer, & A. Sfard (Eds.), *A journey in mathematics education research: Insights from the work of Paul Cobb* (pp. 1-5). Berlin: Springer.
- Proefschriften**
- Bokhove, C. (2011). *Use of ICT for acquiring, practicing and assessing algebraic expertise*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Bruin - Muurling, G. (2010). *The development of proficiency in the fraction domain : affordances and constraints in the curriculum* (Academisch proefschrift). Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Heck, A. (2012). *Perspectives on an Integrated Computer Learning Environment* (Academisch proefschrift). Amsterdam: University of Amsterdam (358 pp). Amsterdam: Can Uitgeverij.
- Palha, S. (2013). *Shift-problem lessons: Fostering mathematical reasoning in regular classrooms*. Amsterdam: Universiteit van Amsterdam / Research Institute of Child Development and Education.
- Roorda, G. (2012). *Ontwikkeling in verandering, ontwikkeling van wiskundige bekwaamheid van leerlingen met betrekking tot het concept afgeleide*. (Academisch proefschrift). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.
- Stiphout, I. M. van (2011). *The development of algebraic proficiency*. (Academisch proefschrift). Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Tolboom, J. (2012). The potential of a classroom network to support teacher feedback. (Academisch proefschrift). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.
- Wongsopawiro, D. S. (2012). *Examining science teachers' pedagogical content knowledge in the context of a professional development program* (Academisch proefschrift). Leiden: ICLON, Universiteit Leiden.
- Proceedings**
- Abrantes Garcéz Palha, S., & Dekker, R. (2009). Designing and implementing switch problems for mathematical discussion, reasoning and level raising. *Pre-proceedings of CIEAEM 61* (pp. 228-232). Montréal: Université de Montréal.
- Artigue, M., Drijvers, P., Lagrange, J.-b., Mariotti, M. A., & Ruthven, K. (2009). Technologies numériques dans l'enseignement des mathématiques, où en est-on dans les recherches et dans leur intégration ? In C. Ouvrier-Bufferet & M.-J. Perrin-Glorian (Eds.), *Approches plurielles en didactique des mathématiques; Apprendre à faire des mathématiques du primaire au supérieur : quoi de neuf?* (185-207). Paris: Université Paris Diderot Paris 7.
- Arzarello, F., Drijvers, P., & Thomas, M. (2012). How representation and communication infrastructures can enhance mathematics teacher training. *Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, July 9-15, 2012.

- Bakker, A., Wijers, M. M., & Akkerman, S. F. (2010). The influence of technology on what vocational students need to learn about statistics: The case of lab technicians. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (6)*. Voorburg: International Statistical Institute.
- Bakker, A., Wijers, M. M., & Akkerman, S. F. (2011). The challenges of teaching statistics in secondary vocational education. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (735-744)*. Rzeszow, Polen: European Society for Research in Mathematics Education.
- Ben-Zvi, D., Makar, K., Bakker, A., & Aridor, K. (2011). Children's emergent inferential reasoning about samples in an inquiry-based environment. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (745-754)*. Rzeszow, Polen: University of Rzeszow.
- Besamusca, A., & Drijvers, P. (in press). The impact of participation in a community of practice on teachers' professional development concerning the use of ICT in the classroom. *Research report presented at the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Kiel, Germany, July, 28 – August 2, 2013.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. *Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, July 9-15, 2012.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2011). In M. Joubert, A. Clark-Wilson & M. McCabe (Eds.), *Enhancing mathematics education through technology. Proceedings of ICTMT10* (pp. 81-86). Portsmouth, UK: University of Portsmouth.
- Braber, N.S. den, Vos, P., Roorda, G. & Goedhart, M.J. (2009). *Hoe begrijpen en gebruiken docenten van de schoolvakken natuurkunde, scheikunde en economie het wiskundige concept 'afgeleide'?* Paper gepresenteerd op symposium 'Transdisciplinair onderzoek, ORD2009 (Onderwijsresearch Dagen), Leuven, 27-31 Mei 2009.
- Buizert, C.W., Spandaw, J.G., Jacobs, M., & De Vries, M. (2013). Themes for mathematical modeling that interest Dutch students in secondary education. *Proceedings of the 8th Conference of CERME (Antalya, Turkey)*.
- Cestari, M.L. & Vos, P. (2013). Opening the door of the classroom in teacher education: Visiting enterprises and posing authentic problems. In M.S. Biembengut (ed.), *Proceedings of the 15th International Conference on Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-15)*. Blumenau, Brasil: University of Blumenau.
- Dekker, R. (in press). Collaborative learning for mathematical level raising, what does it take? *Proceedings of the Eleventh International Congress on Mathematical Education. Regular Lectures*. Monterrey. (2008). Collaborative learning for mathematical level raising, what does it take? *ICME 11, Plenaries and Regular Lectures* (p. 36). Monterrey: ICME.
- Demir, Ö., & Heck, A. (2013). A new learning trajectory for trigonometric functions. *Proceedings, ICTMT11*.
- Dierdorp, A., Bakker, A., Maanen, J. A. van, & Eijkelhof, H. M. C. (2010). Educational versions of authentic practices as contexts to teach statistical modeling. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (6)*. Voorburg: International Statistical Institute.
- Doorman, M., Drijvers, P., Boon, P., Van Gisbergen, S., & Gravemeijer, K. (2009). Design and implementation of a computer supported learning environment for mathematics. *Paper contributed to Earliz2009 SIG20 invited Symposium "Issues in designing and implementing computer supported inquiry learning environments"*, Amsterdam, 29-08-2009.
- Doorman, M., Drijvers, P., Boon, P., Van Gisbergen, S., Gravemeijer, K., & Reed, H. (2009). Tool use and conceptual development: an example of a form-function shift. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2 (449-456)*. Thessaloniki, Greece: PME.
- Drijvers, P. (2009). ICT tussen hoop en vrees. In G. Herweijers (Ed.), *Proceedings of the 12th T3 Europe symposium (29-38)*. Oostende, Belgium: T3 Vlaanderen.
- Drijvers, P. (2009). Tools and tests: technology in national final mathematics examinations. In C. Winslow (Ed.), *Nordic Research on Mathematics Education, Proceedings from NORMA08 (225-236)*. Rotterdam: Sense.
- Drijvers, P. (2011). Teachers transforming resources into orchestrations. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (2178-2187)*. Rzeszów, Poland: University of Rzeszów.
- Drijvers, P. (2012). Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't). *Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, July 9-15, 2012.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & Van Gisbergen, S. (2010). Instrumental orchestration: theory and practice. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (1349-1358)*. Lyon: INRP.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Van Gisbergen, S., & Reed, H. (2009). Teachers using technology: Orchestrations and profiles. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2 (481-488)*. Thessaloniki, Greece: PME.
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). Re-sourcing mathematics teachers' practices and orchestrations through collaborative teaching experiments. *Paper presented at the AERA2013 conference*, San Francisco, April 30, 2013.
- Flens, M. & Vos, P. (2013). Design principles for instructional videos for Mathematics Education. In A. Heinze (ed.), *Proceedings of the 37th International Conference on Psychology in Mathematics Education (PME37)*. Kiel, Germany: Leibniz Institute for Science and Mathematics Education.
- Fürstenau, B., Kneppers, H.C., & Dekker, R. (2012). Concept mapping and text writing as learning tools in problem oriented learning. In A.J. Canas, J.D. Novak & J. Vanhaer (Eds.), *Proceedings of the 5th International Conference on Concept Mapping. Concept Maps: Theory, Methodology, Technology (Vol. 1)* (pp. 97-104). Valetta, Malta: University of Malta.
- Furinghetti, F., Dorier, J.-L., Jankvist, U., Maanen, J.A. van, & Tzanakis, C. (2010). Introduction: Theory and research on the role of history in mathematics education. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Azarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6: Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (2679-2681)*. Lyon: CERME Editions INRP actes électroniques.
- Hajer, M., Eerde, H.A.A. van, & Bruin, H. de (2009). Integratie van vak- en taaldidactische perspectieven in onderzoek naar taalgericht biologien wiskundeonderwijs. In A. Backus, M. Keijzer, I. Vedder, & B. Weltens (Eds.), *Zesde Anéla-conferentie* (pp. 132-141). Delft: Eburon.
- Heck, A., & Uylings, P. (2011). A Jump Forward With Mathematics and Physics. In M. Joubert, A. Clark-Wilson & M. McCabe (Eds.), *Enhancing Mathematics Education Through Technology. Proceedings of ICTMT10 (129-134)*. Portsmouth, UK: University of Portsmouth.
- Heck, A., Houwing, H., Val, J., Ekimova, L., & Papageorgiou, G. (2009). Design and Implementation of an e-Class About Continuous Dynamical Systems. In *e-Proceedings of the 6th JEM Workshop*, August 2009, Aachen.
- Heck, A., Knobbe, D., Nijdam, N., Slooten, O., & Uylings, P. (2011). Exploring the giant circle on the high bar with ICT Tools. In M. Joubert, A. Clark-Wilson & M. McCabe (Eds.), *Enhancing Mathematics Education Through Technology. Proceedings of ICTMT10 (135-141)*. Portsmouth, UK: University of Portsmouth.
- Heck, A., Uylings, P., Kedzierska, E. & Ellermeijer, T. (2010). Cross-Disciplinary, Authentic Student Research Projects. In *Proceedings SMEC 2010, Inquiry-based learning: Facilitating authentic learning experiences in science and mathematics (40-45)*. Dublin: CASTeL.
- Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den (2010). Reform under attack - Forty years of working on better mathematics thrown on the scrapheap? No way! In L. Sparrow, B. Kissane & C. Huijst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (1-25)*. Fremantle, Australia: MERGA.
- Jankvist, U., Lawrence, S., Tzanakis, C., & Maanen, J. A. van (2011). Introduction to the papers of WG12: history in mathematics education. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (1636-1639)*. University of Rzeszów, Poland: European Society for Research in Mathematics.
- Jonker, V.H., Wijers, M.M., & Galen, F.H.J. van (2009). The motivational power of mini-games for the learning of mathematics. In *Proceedings of the Third European Conference on Gamebased Learning (ECGBL) (202-210)*. Graz: ECBL.
- Kieran, C., & Drijvers, P. (2012). The didactical triad of theoretical frameworks, mathematical topic, and digital tool in research on learning and teaching. *Paper presented at the Colloque Michèle Artigue*, Paris, April, 23rd, 2012.
- Kolovou, A., & Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den (2011). An online game as a learning environment for early algebraic problem solving by upper primary school students. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (2248-2257)*. Rzeszów, Poland.

- Kolovou, A., & Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den (2011). Problem Solving in an ICT environment. In M. Kaldrimidou & X. Vamvakousi (Eds.), *Proceedings of the 4th Conference of the Greek Association for Research in Mathematics Education* (233-242). Ioannina, Greece: GARME – University of Ioannina.
- Kooij, H. van der (2010). Mathematics at work. In M.M.F. Pinto & T.F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (121-124). Belo Horizonte: PME.
- Maanen, J.A. van (2009). Maths for All. In *Proceedings of Third National Conference on Research in Mathematics Education*. 'Mathematics for All' - Extending Mathematical Capacity (53-66). Dublin: St. Patrick's College.
- Maes, R., Corner, E., Hendrikse, H.P., & Verhoef, N.C. (2011). High school students' problems with infinity. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (361-369). Ankara: Turkey.
- Papageorgiou, G. & Vos, P. (2009). The effect of mathematical modelling on students' beliefs. In M. Tzekaki (ed.), *Proceedings of the 33rd International Conference on Psychology in Mathematics Education (PME33), Volume 1* (p. 352). Thessaloniki, Greece: University of Thessaloniki.
- Palha, S., Dekker, R., & Van Hout-Wolters, B. (2010). Designing mathematical tasks aiming at conceptual level raising: criteria for keeping high demand tasks high. In W. Van Dooren (Ed.), *Abstracts book of the 7th Biennial Meeting of the EARLI SIG on Conceptual Change* (pp. 53-54). Leuven: Katholieke Universiteit Leuven.
- Reed, H., Drijvers, P., & Kirschner, P. (2009). Effects of Attitudes and Behaviours on Learning Mathematics with Computer Tools. *Paper presented at ORD, 27-29, May 2009, Leuven, Belgium*.
- Roorda, G., Vos, F.P., & Goedhart, M. (2009). Derivatives and Applications; development of one student's understanding. *Proceedings of the Working Group on Advanced Mathematical Thinking at the 6th Conference on European Research in Mathematics Education (CERME-6)*. Lyon, France: University of Lyon.
- Roorda, G., Vos, P., & Goedhart, M.J. (2013). Development of conceptualising the Rate of Change. In A. Heinze (ed.), *Proceedings of the 37th International Conference on Psychology in Mathematics Education (PME37)*. Kiel, Germany: Leibniz Institute for Science and Mathematics Education.
- Schaap, S., Vos, P. & Goedhart, M.J (2009). *Belemmeringen en kansen tijdens opstellen van wiskundige modellen; verkenning van een raamwerk*. Paper gepresenteerd op symposium 'Leerprocessen bij wiskundig modelleren', ORD2009 (Onderwijsresearch Dagen), Leuven, 27-31 Mei 2009.
- Schaap, S., Vos, P. & Goedhart, M.J (2009). Overcoming Blockages While Mathematizing. In G. Kaiser & R. Borromeo Ferri (eds.), *Proceedings of the 14th International Conference on Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-14)*. Hamburg, Germany: University of Hamburg.
- Smaalen, D. van, Verhoef, N. C., Hendrikse, H.P., & Pieters, J.M. (2009). De rol van de docent bij wiskundig modelleren. In S. Janssens, A. den Munter, & D. Nys (Eds.), *Onderwijs, een kwestie van emancipatie en (on)gelijkheid. Proceedings van de 36e Onderwijs Research Dagen* (227-229). Leuven: Katholieke Universiteit Leuven.
- Smaalen, D. van, Verhoef, N.C., & Pieters, J.M., & Hendrikse, H.P. (2010). Professionele ontwikkeling door middel van Lesson Study: op zoek naar een holistische benadering. *Round Table presented at the ORD-conference, June 23-25, Enschede, The Netherlands*
- Smaalen, D. van, Verhoef, N.C., Pieters, J.M., & Hendrikse, H.P. (2011). Ontwikkeling door middel van lesson study: resultaten van een pilot case study. *Paper presented at the ORD-conference, June 8-10, Maastricht, The Netherlands*.
- Spandaw, J.G. (2011). Practical knowledge of research mathematicians, scientists and engineers about the teaching of modelling. In G. Kaiser & W. Blum (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (679-688). Dordrecht: Springer Verlag.
- Spandaw, J.G. (2013). Was bedeutet der Begriff "Wahrscheinlichkeit"? In Rathgeb, M., Helmerich, M., Krömer, R., Lengnink, K., & Nickel, G. (Hrsg.) *Konferenzband "Mathematik im Prozess"* (41-55). Siegen: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Spandaw, J.G., & Zwaneveld, B. (2010). Modelling in mathematics teachers' professional development, *The European Society for Research in Mathematics Education* (2076-2085). CERME 6, Lyon: Université de Lyon.
- Tempelaar, D. T., Cuypers, H., Van de Vrie, E., Heck, A., & Van der Kooij, H. (2013). Formative Assessment and Learning Analytics. In D. Suthers & K. Verbert (Eds.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Analytics and Knowledge* (205-209). New York: ACM.
- Tempelaar, D. T., Cuypers, H., Van de Vrie, E., Heck, A., & Van der Kooij, H. (2013). Formative Assessment and Learning Analytics. In D. Suthers & K. Verbert (Eds.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Analytics and Knowledge* (205-209). New York: ACM.
- Van Drie, J. & Dekker, R. (2010). Revealing the complexity of a classroom discussion: a multiple analysis. *Moving through Cultures of Learning. Biennial Meeting of EARLI SIG 10 and 21. Conference programme* (p. 71). Utrecht: EARLI SIG 10 and 21.
- Van Stiphout, I., Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (in press). The implementation of contexts in Dutch textbook series: a double didactical track? *Research report presented at the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Kiel, Germany, July, 28 – August 2, 2013.
- Verhoef, N. C. (2013). Didactische ontwikkeling in een lesson study team. *Paper presented at the VELON-conference, March 11-12, Groningen, The Netherlands*.
- Verhoef, N. C., & Tall, D. O. (2013). Sense making of trigonometric relationships in the context of lesson study. *Poster presented at the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Kiel: Germany.
- Verhoef, N.C. (2013). Het leren van docenten in een lesson study team. *Paper presented at the ORD-conference, Mai 29-31, Brussel, Belgium*.
- Verhoef, N.C., & Pieters, J.M., Hendrikse, H.P., & Smaalen, D. van (2011). De professionele ontwikkeling van docenten in een Community of Learners (CoL): op zoek naar effectieve samenwerking. *Paper presented at the ORD-conference, June 8-10, Maastricht, The Netherlands*.
- Verhoef, N.C., & Pieters, J.M., Hendrikse, H.P., Liet, H. van der, Haverkamp, R., & Hoeksema, F.W. (2010). Het effect van lesson study op de professionele ontwikkeling van docenten. *Paper presented at the ORD-conference, June 23-25, Enschede, The Netherlands*.
- Verhoef, N.C., & Pieters, J.M., Hendrikse, H.P., Liet, H. van der, Haverkamp, R., & Hoeksema, F.W. (2010). Het effect van lesson study op de vakdidactische aanpak. *Paper presented at the ORD-conference, June 23-25, Enschede, The Netherlands*.
- Verhoef, N.C., & Tall, D.O. (2011). Lesson Study: The Effect on Teachers' Professional Development. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4* (297-304). Ankara: Turkey.
- Verhoef, N.C., Smaalen, D. van, & Coenders, F. G.M. (2013). Sensible mathematics: searching for characteristics using lesson study. *Proceedings of the 8th Conference of CERME*. Antalya, Turkey.
- Verhoef, N.C., Smaalen, D. van, & Pieters, J.M. (2012). Sensible mathematics: een zoektocht aan de hand van lesson study. *Paper presented at the ORD-conference, June 20-22, Wageningen, The Netherlands*.
- Verhoef, N.C., Smaalen, D. van, Weerd, N. de, & Goei, S.L. (2013). Teacher's professional development with lesson study: evidence from Dutch studies. *Proceedings of the 5th conference of WALS*. Göteborg: Sweden.
- Verschut, A., & Bakker, A. (2010). Towards evaluation criteria for coherence of a data-based statistics curriculum. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics* (6). Voorburg: International Statistics Institute.
- Verschut, A., & Bakker, A. (2011). Implementing a more coherent statistics curriculum. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (915-924). Rzeszow, Polen: University of Rzeszow.
- Vos, P. (2009). What is 'Authentic' in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling? In G. Kaiser & R. Borromeo Ferri (eds.), *Proceedings of the 14th International Conference on Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-14)*. Hamburg, Germany: University of Hamburg.
- Vos, P. (2010). *Designing e-learning for Advanced Mathematics and the emphasis on procedural and conceptual understanding*. Paper presented at ECER2010 (European Conference on Educational Research), Helsinki, Finland. 25-27 Augustus 2010.
- Vos P. (2010). *Maakt e-learning het wiskundeonderwijs meer procedureel en minder conceptueel? Case studie van zes experimentele ELO-modules*. Paper gepresenteerd op symposium 'Domein specifieke aspecten van ICT-gebruik in het wiskundeonderwijs, ORD2010 (Onderwijsresearch Dagen), Enschede, 23-25 Juni 2010.
- Vos, P. (2011). Assessments of Modelling in Physics and Mathematics; Ready-Made Models and Reproductive Mathematizing. In G. Stillman & J. Brown (eds.), *Proceedings of the 15th International Conference on Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-15)*. Melbourne, Australia: University of Melbourne.
- Vos, P. (2011). *Design principles for digital modules for Advanced Mathematics that cater for both procedural fluency and conceptual understanding*.



- Paper gepresenteerd op de conferentie E-Learning and Mathematics, Eindhoven University of Technology, 6-7 Juni 2011.
- Vos, P. (2011). *Modelling and task formats: do we include mechanistic, reproductive modelling into modelling?* Paper gepresenteerd aan de Working Group on Mathematical Modelling and Applications op de 7<sup>th</sup> Conference on European Research in Mathematics Education (CERME-7), Rzeszów, Poland, 9-13 Februari 2011.
- Vos P. (2012). *Authentieke aspecten bij extra-curriculaire wiskundeactiviteiten*. Paper gepresenteerd op symposium 'Authenticiteit in het onderwijs: een theoretische discussie', ORD2012 (Onderwijsresearch Dagen), Wageningen, 13-15 Juni 2012.
- Vos P. (2012). *Het gebruik van representaties in de Nederlandse centrale examens wiskunde*. Paper gepresenteerd op symposium 'De rol van representations in het leren en onderwijzen van Natuurwetenschappen en Wiskunde, ORD2012 (Onderwijsresearch Dagen), Wageningen, 13-15 Juni 2012.
- Vos, P. (2013). Authenticity in extra-curricular mathematics activities; researching authenticity as a social construct. In M.S. Biembengut (ed.), *Proceedings of the 15th International Conference on Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-15)*. Blumenau, Brasil: University of Blumenau.
- Walt, M. van der, Dolk, M.L.A.M., Molepo, J., Fransman, J., Posthuma, H.B., Saziwa, T., Esterhuysen, N., Tachie, S., Du Preez, H., Human, A., & Roux, A. (2012). Using adapted lesson study to facilitate mathematics teachers' meta-cognitive thinking skills (SANPAD project). In *Proceedings 18th Annual National Congress, 24 - 28 June, 2012*, Faculty of Education Sciences North-West University Potchefstroom (81-98). Potchefstroom: Platinum Press.
- Wijers, M.M., Bakker, A., & Jonker, V.H. (2010). A framework for mathematical literacy in competence — based secondary vocational education. In A. Araújo, A. Fernandes, A. Azevedo, & J. Rodrigues (Eds.), *Proceedings of the EIMI 2010 Conference on educational interfaces between mathematics and industry* (583-597). Lisboa: Centro Internacional de Matemática.
- Zwarteveen, J., Verhoef, N. C., Hendrikse, H.P., & Pieters, J.M. (2009). Differentiaalvergelijkingen begrijpen. In S. Janssens, A. den Munter, & D. Nys (Eds.), *Onderwijs, een kwestie van emancipatie en (on)gelijkheid. Proceedings van de 36e Onderwijs Research Dagen* (224-225). Leuven: Katholieke Universiteit Leuven.
- Zwarteveen, J., Verhoef, N.C., & Pieters, J.M. (2012). Differentiaalvergelijkingen begrijpen: de rol van docenten in de ontwikkeling van instructieprincipes en lesmateriaal voor het opstellen van differentiaalvergelijkingen. *Paper presented at the ORD-conference, June 20-22, Wageningen, The Netherlands*.
- Zwarteveen, J., Verhoef, N.C., Hendrikse, H.P., & Pieters, J.M. (2010). Differentiaalvergelijkingen begrijpen. De introductie van het begrip afgeleide. *Paper presented at the ORD-conference, June 23-25, Enschede, The Netherlands*.
- Zwarteveen, J., Verhoef, N.C., Hendrikse, H.P., & Pieters, J.M. (2011). Differentiaalvergelijkingen begrijpen. Een alternatieve didactische aanpak. *Paper presented at the ORD-conference, June 8-10, Maastricht, The Netherlands*.
- Vakpublicaties**
- Abrantes Garcêz Palha, S., & Dekker, R. (2009). Designing and implementing switch problems for mathematical discussion, reasoning and level raising. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 19, 308-312.
- Amerom, B. van, & Drijvers, P. (2013). De lerarenopleiding wiskunde in Nederland: instroom, doorstroom en uitstroom. *Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 34(3), 17-26.
- Arntzen, L.H., & Spandaw, J.G. (2011). De schijnbaar eenvoudige begrippen gewicht en gewichtsloosheid, *NVOX*, 35(8), 382-383.
- Bokhove, C. (2010). Implementing feedback in a digital tool for symbol sense. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 17(3), 121-126.
- Broekman, H.G.B., & Verhoef, N. C. (2010). Honderd jaar Van Hiele. *Euclides*, 85(5), 194-199.
- Broekman, H.G.B., & Verhoef, N.C. (2012). Een leven lang wiskundig denken: Pierre Marie van Hiele 4 mei 1909- 1 november 2010. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 13(2), 121-124.
- Bruin - Muurling, G., Gravemeijer, K.P.E., & Eijck, M.W. van (2010). Aansluiting schoolboeken basisschool en havo/vwo. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 11(1), 33-37.
- Dekker, R. (2009). Boekbespreking [Dissertatie W. Oonk]. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 28(4), 12-13.
- Dekker, R. (2012). Over sommige problemen moet je praten. *Conferentiegids Nationale Wiskunde Dagen 2012* (p. 14). Noordwijkerhout: Freudenthal Instituut.
- Dekker, R. (2012). Uit de ivoren toren: over sommige problemen moet je praten. *Nieuwe Wiskrant*, 31(4), 4-8.
- Dekker, R. (2013). Dat komt in de Nieuwe Wiskrant! *Nieuwe Wiskrant*, 32(4), 50.
- Dekker, R., & Pijls, M. (2009). Wiskundig discussiëren in het VO: de rol van de docent. In R. Keijzer & V. Jonker (Eds.), *Over de muurtjes heen kijken* (pp. 49-53). Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Dekker, T., Vos, P. & Lagerwaard, G. (2009). Wiskundekennis. In A. van Streun, B. Zwaneveld, & P. Drijvers (Red.), *Handboek Vakdidactiek Wiskunde*. www.elwier.nl. Utrecht: ELWIER.
- Doorman, M. (2012). Eindrapport "Efficiënt wiskunde oefenen in een digitale omgeving". Utrecht: Universiteit Utrecht.
- Doorman, M., Drijvers, P., Kirschner, P., Boon., & Hoogveld, B. (2013). Oefenen met de computer is niet automatisch effectief. *Nieuwe Wiskrant, tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 32(4), 4-7.
- Doorman, M., van der Kooij, H., & Mooldijk, A. (2012). Denkactiviteiten, onderzoekend leren en de rol van de docent, *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs* 31(4), 9-12.
- De Bock, D., Van Dooren, W., & Vos, P. (2010). Transdisciplinair vakdidactisch onderzoek: wiskundige verbanden in de wetenschappen als casus. *TD-6, Tijdschrift voor Didactiek der Bètawetenschappen*, 27(1&2), 3-5.
- Drijvers, P. (2009). Op weg naar 2014. Stand van zaken rond de nieuwe examenprogramma's havo-vwo. *Euclides*, 84(7), 261-264.
- Drijvers, P. (2011). From 'work-and-walk-by' to 'sherpa-at-work'. *Mathematics Teaching*, 222, 22-26.
- Drijvers, P. (2011). Lesgeven met computers in de klas. *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 30(3), 26-31.
- Drijvers, P. (2011). Wat bedoelen ze toch met... denkactiviteiten? *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 31(2), 38-41.
- Drijvers, P. (2011). Wat bedoelen ze toch met... realistisch? *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 31(1), 17-19.
- Drijvers, P. (2012). Wat bedoelen ze toch met... modelleren? *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 31(4), 34-37.
- Drijvers, P. (2012). Wat bedoelen ze toch met... symbol sense? *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 31(3), 39-42.
- Drijvers, P. (in press). Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't). *PNA*, 8(1), 1-19.
- Drijvers, P., & Barzel, B. (2011). *Gleichungen lösen mit Technologie. Mathematik Lehren*, 169, 54-57.
- Drijvers, P., & Barzel, B. (2012). Equations with technology: different tools, different views. *Mathematics Teaching*, 228, 14-19.
- Drijvers, P., & Niekus, N. (2010). Algebra op het scherm: impressie van een pilot. *Euclides*, 86(3), 113-116.
- Drijvers, P., & Tjon Soei Sjoie, K. (2013). (Werk)woorden in de centrale examens wiskunde havo/vwo. *Euclides*, 88(4), 162-164.
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). *DocentPraktijken in ICT-rijk wiskundeonderwijs. Onderzoeksrapport*. Zoetermeer: Kennisnet.
- Figueiredo, N., Galen, F.H.J. van, & Gravemeijer, K.P.E. (2009). *The actor's and observer's point of view: A geometry applet as an example. Educational Designer*, 1(3).
- Gravemeijer, K.P.E., Bruin - Muurling, G., & Eijck, M.W. van (2009). Aansluitingsproblemen tussen primair en voortgezet onderwijs - geen doorgaande lijn voor het vermenigvuldigen van breuken. *Panama-post: Reken-Wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 28(4), 14-19.
- Gravemeijer, K.P.E., & Eerde, H.A.A. van (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510-524.
- Heck, A. & Uylings, P. (2009). Hoe hangt een linky? *Signaal* 30, 9 - 13.
- Heck, A. (2008). Wis- en natuurkunde van hardlopen. In *Verslag Woudschotenconferentie*, Noordwijkerhout.
- Heck, A. (2009). Bringing Reality into the Classroom. *Teaching Mathematics and its Applications*, 28(4), 164 - 179.
- Heck, A. (2009). Modelleren van een wachtrij. *Signaal* 30, 14 - 16.
- Heck, A. (2010). Modelling in Cross-Disciplinary Authentic Student Research Projects. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(3), 115 - 120.
- Heck, A., & Uylings, P. (2010). Een sprong voorwaarts met wis- en natuurkunde. *Nieuwe Wiskrant*, 29(3), 37 - 48.
- Heck, A., & Ellermeijer, T. (2009). Giving students the run of sprinting models. *American Journal of Physics*, 77(11), 1028 - 1038.
- Heck, A., & Ellermeijer, T. (2010). Mathematics assistants: Meeting the needs of secondary school physics education. *Acta Didactica Napocensia*, 3(2), 17 - 34.
- Heck, A., Houwing, H., & Beurs, C. de (2009). An e-class in action: experiences with ICT intensive teaching and learning of discrete dynamical models at secondary school. *Electronic Journal of e-Learning*, 7(1), 41 - 52.
- Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M. van den (2012). Forty years of working on mathematics education, seeing mathematics as a human activity for all. In *Challenges in basic mathematics education* (56-60). Paris: UNESCO.
- Kafoussi, S., Chaviaris, P., & Dekker, R. (2009). Factors that influence the development of students' regulating activities as they collaborate in mathematics. *International Journal for Mathematics in Education*, 2, 46-74.



- Kooij, H. van der (2010). A Balanced Curriculum. In *Acta Mathematica 13*, Zvazok 2. Nitra, Slovakia: Faculty of Natural Sciences, Constantine the Philosopher University.
- Kooij, H. van der, & Goddijn, A.J. (2010). Algebra in Science and Engineering. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary Algebra Education, Revisiting Topics and Themes and Exploring the Unknown* (203-226). Rotterdam: Sense Publishers.
- Kooij, H. van der, Heck, A., Gastel, L.J. van, Tempelaar, D.T. & Cuypers, F.G.M.T. (2012). Aansluitproblemen vo-wo. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 13(1), 37-42.
- Maanen, J.A. van (2009). 1695 Bernoulli: een topper uit Zwitserland. *Magazine 395*, 395, 16-17.
- Maanen, J.A. van (2011). Een omstreden algoritme. In H.L. Bodlaender & E.J. van Leeuwen (Eds.), *Facetten van Jan - Liber Amicorum 2011* (38-51). Utrecht: Universiteit Utrecht, Departement Informatica.
- Maanen, J.A. van, & Vanpaemel, G. (2009). Migratie patronen van wiskundigen in de Lage Landen 1550-1650. *Een voorlopige schets. Scientiarum Historia*, 32(1-2), 75-98.
- Reed, H., Weijers, M., Drijvers, P., Jonker, V., & Van Galen, F. (2009). *Het digitale schoolbord als katalysator voor begripontwikkeling bij rekenen-wiskunde*. Onderzoeksrapport. Zoetermeer: Kennisnet.
- Roorda, G. (2012). Uit de ivoren toren: ontwikkeling in de kennis van afgeleiden. *Nieuwe Wiskrant* 32(2), 14-19.
- Schaap, S., Vos, P., Ellermeijer, A.L., & Goedhart, M.J. (2011). De vertaalslag van een probleemsituatie naar een wiskundige formule – een studie naar vraagstellingen en leerlingprestaties op het centraal. *TD-6, Tijdschrift voor Didactiek der Bètawetenschappen*, 28(1&2), 3-19.
- Spandaw, J.G. (2010). De kunst van het verwaarlozen, *Euclides*, 86(3), 132-133.
- Spandaw, J.G. (2012). De kans dat Nederland kampioen wordt. *Euclides*, 87(6), 236-238.
- Spandaw, J.G. (2012). Hoeveel is oneindig minus oneindig? In *Syllabus Vakantiecursus 2012, De exacte benadering*, 1-24. Amsterdam: Platform Wiskunde Nederland.
- Spandaw, J.G. (2012). Kansrijke symmetrie. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 13(4), 278-280.
- Spandaw, J.G. (2013) Divergente Divertimenti. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 14(2), 141-143.
- Spandaw, J.G., & Arntzen, L.H. (2011). De schijnbaar eenvoudige derde wet van Newton, *NVOX*, 35(9), 448-449.
- Spandaw, J.G., & Straten, D. van (2012). Hyperelliptic integrals and generalized arithmetic-geometric mean, *The Ramanujan Journal: an international journal devoted to areas of mathematics influenced by Ramanujan*, 28(1), 61-78.
- Spandaw, J.G., & Zwaneveld, B. (2012). Modelleren. In P. Drijvers, A. van Streun & B. Zwaneveld (Eds.), *Handboek wiskundededidactiek*. Utrecht: Epsilon.
- Spandaw, J.G. (2010). Boekbespreking P.H.M. Wilson, *Curved Spaces*, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 11(2), 146.
- Sterk, H. (2012). Complexe getallen. *Euclides, special 2012*, 180-188.
- Tempelaar D.T., Cuypers H., Vrie E. van de, Kooij H. van der & Heck A. (2012). Toetsgestuurd leren en learning analytics. *OnderwijsInnovatie*, 3/2012, 17-26.
- Tempelaar, D. T., Cuypers, H., Van de Vrie, E., Van der Kooij, H., & Heck A. (2012). Toetsgestuurd leren en learning analytics. *OnderwijsInnovatie*, 17-26.
- Tempelaar, D. T., Kuperus, B., Cuypers, Hans, van der Kooij, H., Van de Vrie, E., & Heck, A. (2012). El papel de los exámenes formativos digitales en el aprendizaje virtual de matemáticas: un estudio de caso en los Países Bajos. Aprendizaje virtual de las matemáticas [online document]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*, 9(1), 92-113.
- Tempelaar, D. T., Niculescu, A., Rienties, B., Giesbers, B., & Gijsselaers, W. H. (2012). How achievement emotions impact students' decisions for online learning, and what precedes those emotions. *Internet and Higher Education*, 15, 161-169.
- Tempelaar, D. T., Rienties, B., & Giesbers, B. (2009). Het 'blenden' van probleem-gestuurd en flexibel, geindividualiseerd digitaal onderwijs. *Expertise*, 3(7), 20-21.
- Tempelaar, D.T., Kuperus, B., Cuypers, H., Kooij, H. van der, Vrie, E. van de, & Heck, A. (2012). The Role of Digital, Formative Testing in e-Learning for Mathematics: A Case Study in the Netherlands. In "Mathematical e-learning" [online dossier]. *Universities and Knowledge Society Journal (RUSC)*, 9(1), 284-305. UOC.
- Tempelaar, D.T., Kuperus, B., Cuypers, Hans, van der Kooij, H., Van de Vrie, E., & Heck, A. (2012). El papel de los exámenes formativos digitales en el aprendizaje virtual de matemáticas: un estudio de caso en los Países Bajos. Aprendizaje virtual de las matemáticas [online document]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*, 9(1), 92-113.
- Timmer, M., & N.C. Verhoef, N.C. (2012). Analytische meetkunde door een synthetische bril. *Nieuwe Wiskrant*, 31(4), 13-18.
- Timmer, M., & Verhoef, N.C. (2012). Increasing insightful thinking in analytic geometry. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 13(3), 217-219.
- Van der Kooij, H., Heck, A., Van de Vrie, E., Van Gastel, L., Tempelaar, D. T., & Cuypers, H. (2011). Aansluitproblemen vo-wo. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 12(4), 1-6.
- Verhoef, N. C. (2009). Hoe onderwijs je modelleren? *Euclides*, 84(2), 122-125.
- Verhoef, N. C. (2011). Lesson study, deel 1. *Euclides*, 87(3), 171-173.
- Verhoef, N.C. (2009). De derde wet: biedt woelige tijden het hoofd met wiskundig-didactisch onderzoek. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 10(3), 169.
- Verhoef, N.C. (2009). Natuur, Leven en technologie, een nieuwe toekomst voor het wiskundeonderwijs? *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 10(2), 100-101.
- Verhoef, N.C. (2009). Proefschrift van Wil Oonk: leren vermenigvuldigen met meercijferige getallen. *Tijdschrift voor Didactiek der 6-wetenschappen*, 28(1), 75-79.
- Verhoef, N.C. (2010). Een veelkleurig palet in het onderwijzen van wiskunde – verontrustend of geruststellend? *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 12(1), 320-323.
- Verhoef, N.C. (2011). Lesson Study: De kunst van het lesgeven. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 12(3), 206-209.
- Verhoef, N.C. (2012). David Orme Tall: je zult eerst moeten ontdekken hoe leerlingen denken. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 11(1), 54-58.
- Verhoef, N.C. (2012). Lesson study, deel 2. *Euclides*, 87(4), 144 -147.
- Verhoef, N.C., & Alink, N.H.M. (2010). Wo- en vo-docenten ontwerpen samen een onderzoeksles. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 11(3), 203-205.
- Verhoef, N.C., & Hendrikse, H.P. (2009). Docenten op pad in de wereld van wetenschappelijk onderzoek. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 10(4), 267-269.
- Verhoef, N.C., & Timmer, M. (2013). Lesson study, deel 3. *Euclides*, 87(5), 173-176.
- Verschu, A., & Bakker, A. (2012). Samenhangende kennis: hoe bevorder je die bij statistiek en kansrekening? *Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskundeonderwijs*, 31(3), 32-38.
- Vos, P. (2009). Pearson's correlation between three variables; using students' basic knowledge of geometry for an exercise in mathematical statistics. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 533-541.
- Vos, P. (2010). TIMSS 2008 Advanced; een internationale vergelijking van de beste groepen bètaleerlingen. *Euclides*, 85(5), 189-193.
- Vos, P. (2011). Geachte redactie... In reactie op *Wat bedoelen ze toch met... realistisch?* *Nieuwe Wiskrant*, 31(2), 42-43.
- Vos, P. (2012). Biljarten op een ellips – altijd raak! *Euclides*, 87(4), 156.
- Vos, P., Den Braber, N.S., Roorda, G., & Goedhart, M.J. (2010). Hoe begrijpen en gebruiken docenten van de schoolvakken natuurkunde, scheikunde en economie het wiskundige concept 'afgeleide'? *Tijdschrift voor Didactiek der Bètawetenschappen*, 27(1&2), 37-58.
- Wijaya, A., Doorman, L.M., & Keijzer, R. (2011). Emergent Modelling: From Traditional Indonesian Games to a Standard Unit of Measurement. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 34(2), 149-173.
- Winkelmann, H., & Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den (2009). Die Erfassung mathematischen Argumentierens. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van de Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Eds.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik* (157-168). Weinheim/Basel: Beltz Verlag.
- Winkelmann, H., & Heuvel-Panhuizen, M.H.A.M van den (2009). Geschlechtsspezifische mathematische Kompetenzen. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van de Heuvel-Panhuizen, K. Reiss, & G. Walther (Eds.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik* (142-156). Weinheim/Basel: Beltz Verlag.
- Zwarteveen J.A., & Verhoef N.C. (2013). Veranderingen in het eindexamenprogramma? *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 14(5), 253-257.

