



Analytische meetkunde in een nieuw jasje

Jeroen Spandaw (Delft)

Hans Sterk (Eindhoven)

Nellie Verhoef (Twente)



Uit domein E “Meetkunde met coördinaten” voor vwo-B:

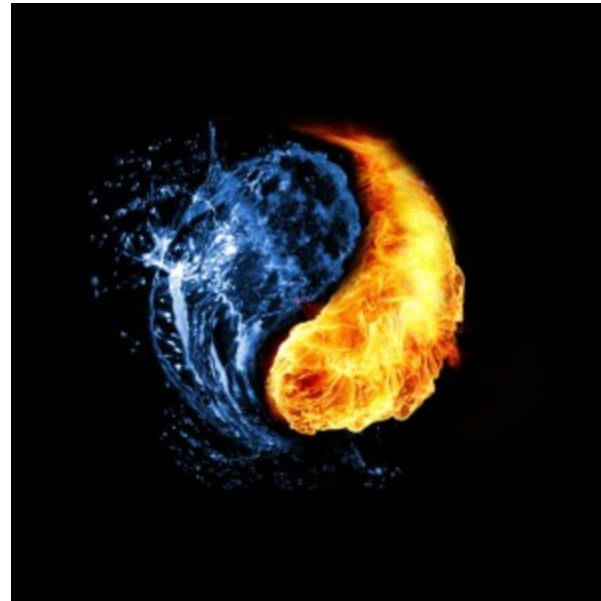
Pythagoras, Thales, sinus- en cosinusregel
eigenschappen onderzoeken met meetkundige
en algebraïsche technieken

“lijnen en cirkels en andere daarvoor geschikte
figuren onderzoeken”

“zelfgekozen coördinatenstelsel”

vectoren, inproduct, vectorvoorstelling

- Uit domein D “Meetkunde” voor vwo-D:
Analytische en synthetische methoden
Kegelsneden: synthetisch en in coördinaten
De ruimte: vectoren, inproduct, ...
- Uit domein C “Ruimtemeetkunde” havo-D:
coördinaten, vectoren, inproduct
- Uit domein C “Meetkundige berekeningen” voor havo-B:
sinus- en cosinusregel, analytische methoden.



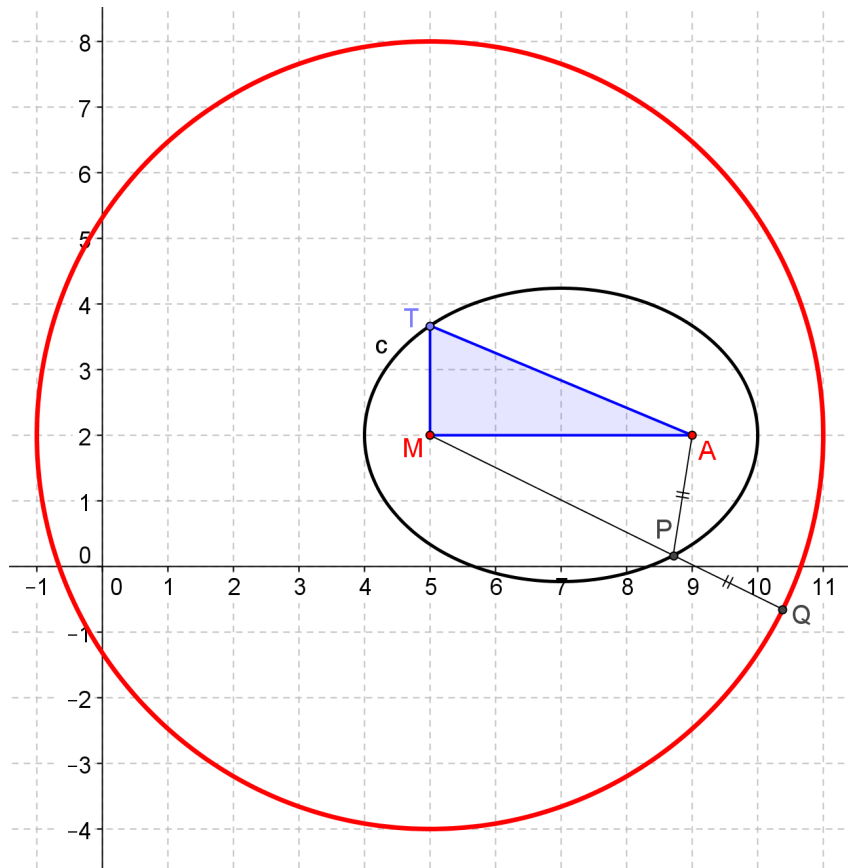


Probleem 1: *Gegeven is de conflictkromme c die bestaat uit alle punten op een gelijke afstand tot de cirkel $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 36$ en $A = (9, 2)$.*

Geef een vergelijking van de kromme c .

Beschouw de driehoek ΔMTA , waarbij M het middelpunt van de cirkel is en T een punt op c is met $x(T) = 5$. Hoe groot is de omtrek van ΔMTA ?

Succes!



- $|PA| = |PQ|$, dus
- $|PA| + |PM| = |MQ| = 6$
- c is ellips met foci M & A
- $(x - 7)^2/9 + (y - 2)^2/b^2 = 1$
- met $b^2 = 3^2 - 2^2 = 5$.
- $T = (5, 2 \pm 5/3)$
- Dus omtrek = $4 + 5/3 + \sqrt{\dots}$
- = 10
- Natuurlijk: $|MT| + |TA| = 6$

Het eerste idee is niet altijd het beste.

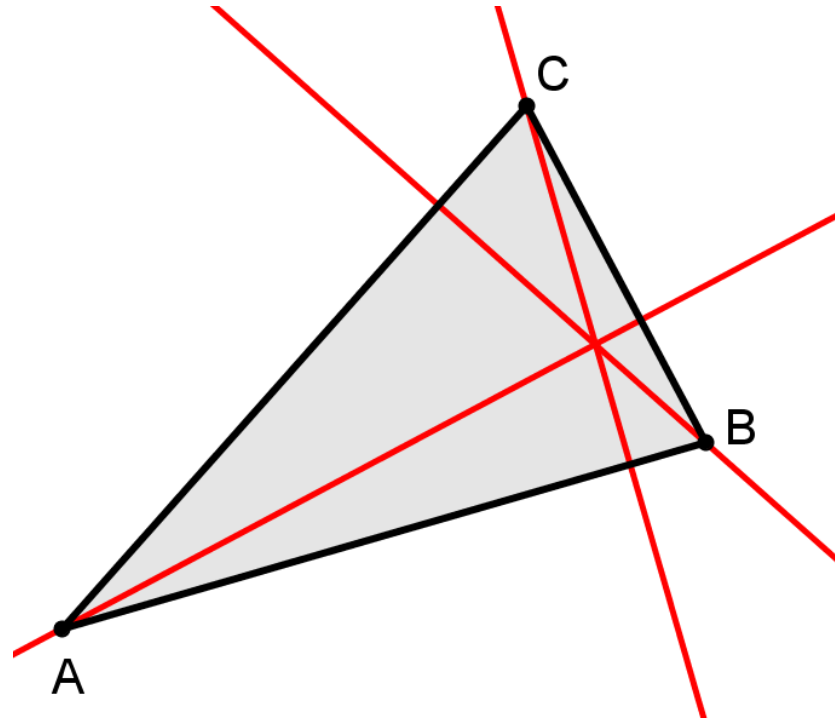


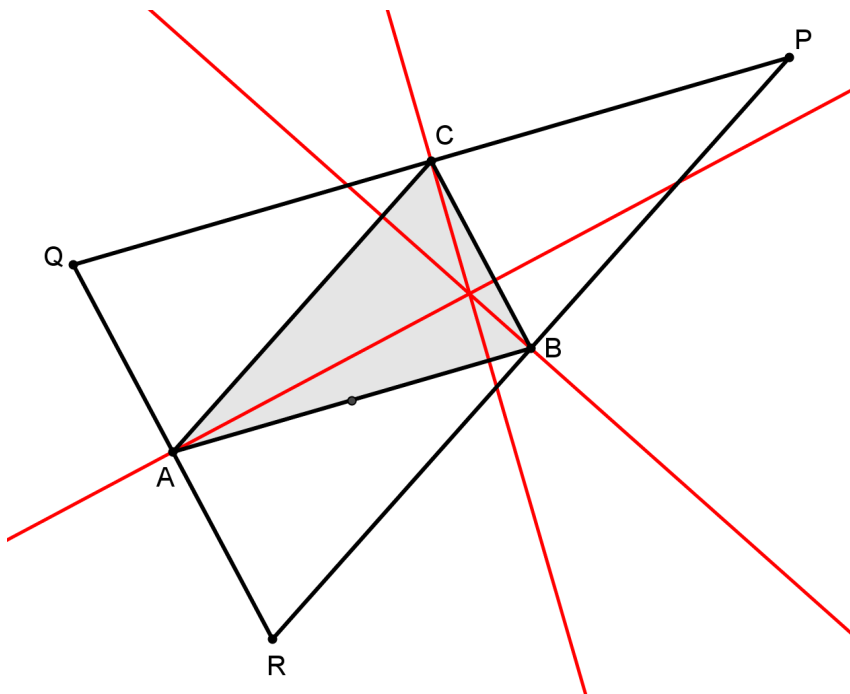
Dus eerst op je handen zitten.

Of achteraf: Kan het beter?

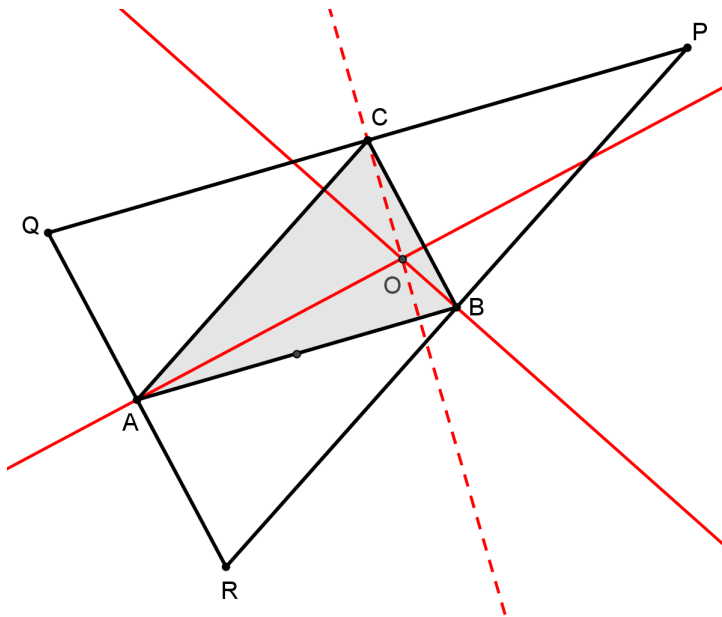


Bewijs dat de 3 hoogtelijnen van een driehoek door 1 punt gaan.





- “verdubbel” de driehoek
- De hoogtelijnen van ΔABC zijn de middelloodlijnen van ΔPQR
- De middelloodlijnen gaan door 1 punt,
- want $|SA| = |SB| \wedge |SB| = |SC| \Rightarrow |SA| = |SC|$

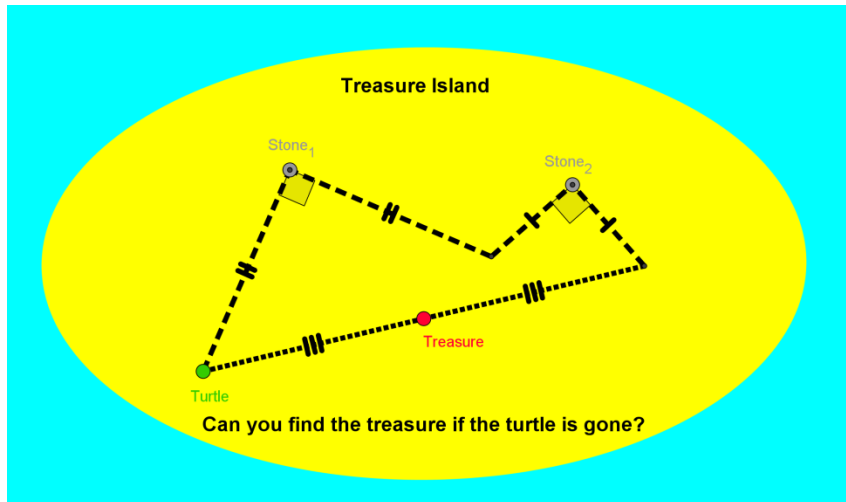


- Kies O = snijpunt hoogtelijnen door A en B .
- Plaatsvectoren \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c}
- Dan $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c}) = 0$
- En $\mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{a}) = 0$
- dus $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- dus $\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 0$
- Dus $OC \perp AB$
- Dus O op hoogtelijn door C .

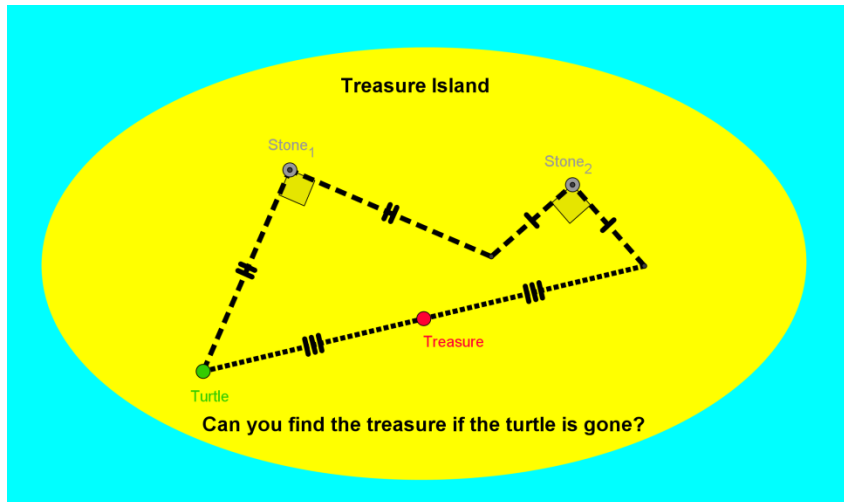
Veel wegen ...

- Is de weg het doel?

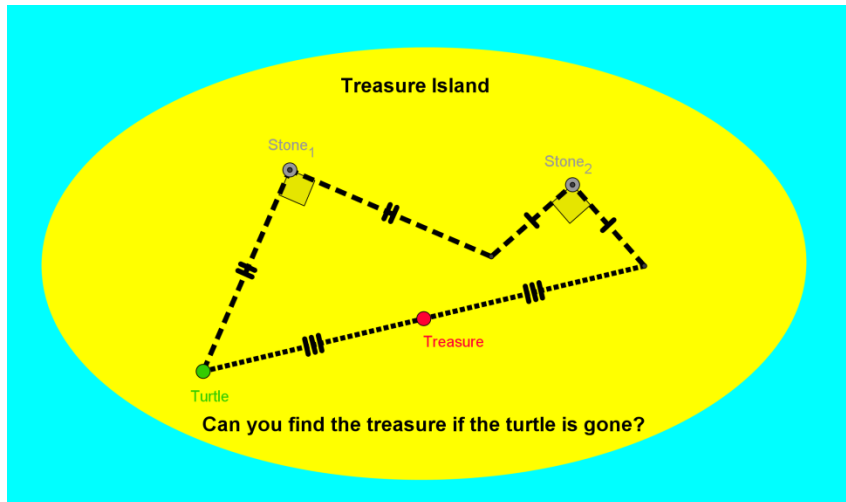




- *Loop van schildpad naar steen 1*
- *Rechte hoek naar rechts en loop zelfde afstand*
- *Analoog voor steen 2*
- *Schat halverwege eindpunt en schildpad.*
- *Kun je de schat vinden als de schildpad weg is?*



- Steen 1 = $(0, 0)$
- Steen 2 = $(1, 0)$
- Schildpad = (p, q)
- Bereken positie van de schat
- Strategie?



- $S1 = (0, 0)$, $S2 = (1, 0)$
- Schildpad = (p, q)
- Tussenpunt = $(-q, p)$
- Eindpunt = $(1-p, -q-1)$
- Middenpunt = $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
- Hangt niet van positie schildpad af!
- **Alternatief: Met complexe getallen**

