

## Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (16)

P.C.J.N. Rosielle, E.A.G. Reker,  
M.P. Koster

Energiebeschouwingen kunnen vaak leiden tot inzichten waarmee men eigenschappen van mechanismen aanmerkelijk kan verbeteren.

Een toelichting aan de hand van een aantal gevallen volgt hieronder. Er zijn in dit verband, drie gevallen:

- 1) het constant houden van de elastische energie ( $U = \text{constant}$ ),
- 2) het constant houden van de kinetische energie ( $T = \text{constant}$ ),
- 3) het constant houden van de totale energie-inhoud ( $T + U = \text{constant}$ ), die achtereenvolgens worden besproken.

### $U = \text{constant}$

In het mechanisme van figuur 178 – bekend onder de naam elliptische beweging, omdat elk van de punten op de stang AB een (eigen) ellips beschrijft (het midden zelfs een cirkel) – geldt dat de veren a respectievelijk b onge-spannen zijn als A respectievelijk B zich in O bevinden. Als de beide veerstijfheden gelijk geldt dat  $U = \frac{1}{2} cx^2 + \frac{1}{2} cy^2$ .

Omdat  $x = \ell \cos \varphi$  en  $y = \ell \sin \varphi$  is  $U = \frac{1}{2} c \ell^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \frac{1}{2} c \ell^2 = \text{constant}$ , dus onafhankelijk van de stand ( $\varphi$ ): elke stand is een evenwichtstand.

Een toepassing vindt men in de koppeling van aflevering 1 van deze serie in Mikroniek 31(1991)3 p.66, waarbij voor de loodrecht op elkaar staande uitwijkingen  $x$  en  $y$  geldt, zie figuur 179:

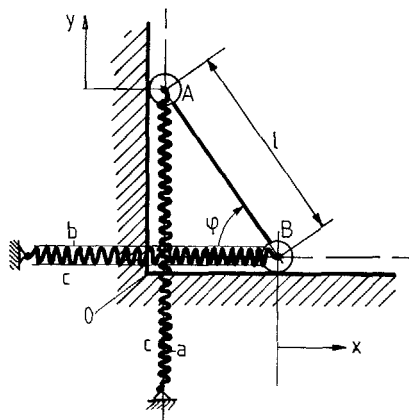
$x^2 + y^2 = e^2$ , als  $e$  de transversale uitlijnfout is tussen de hartlijnen A en B van de te koppelen assen.

Indien nu de stijfheden  $c_x = c_y = c$  zijn, hetgeen in de koppelingsplaat van figuur 179 het geval is geldt:

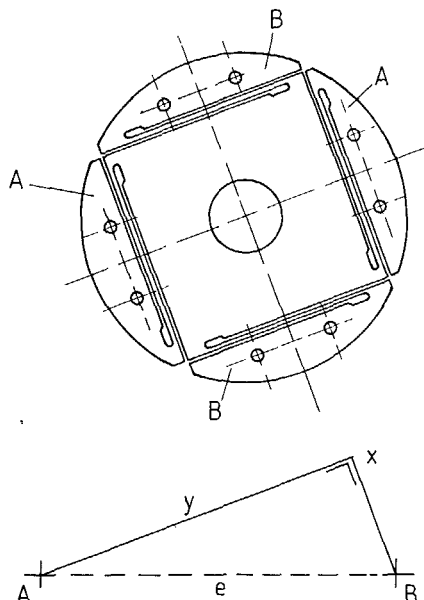
$U = \frac{1}{2} cx^2 + \frac{1}{2} cy^2 = \frac{1}{2} ce^2 = \text{constant}$ , zodat deze koppeling geen voorkeurstand heeft.

Algemeen geldt: De kracht  $F = dU/dx$  en

de veerstijfheid  $c = dF/dx = d^2U/dx^2$ . Als de inwendige energie  $U$  constant is, is de kracht  $F$  nul. Dit is ook te bereiken met een in eerste orde benaderde rechtgeleiding voor de punten A en B, bijvoorbeeld via een boog of een kromme, waarbij over het te benutten traject de raaklijn praktisch samenvalt met de theoretische rechte. Om ook de stijfheid  $c$  gelijk aan nul te maken moet de rechtgeleiding ook in tweede orde goed benaderd zijn, dus met een buigpunt in de baan. In feite heeft de voorgestelde



Figuur 178



Figuur 179

oplossing een veel algemener geldigheidsgebied: bij elke willekeurige baan voor punt A is een aangepaste baan voor punt B te construeren die de gewenste eerste en zelfs tweede orde benadering geeft, waardoor  $\dot{F}$  en  $c$  over het hele beschouwde traject gelijk aan nul zijn.

### Voorbeeld: Elastische rechtgeleiding met eigenfrequentie = 0

Een toepassing van  $U = \text{constant}$  toont figuur 180a, een pers voor het ijken van drukdozen, die dienen om een mechanische kracht om te zetten in een elektrisch signaal. Toepassing vinden deze bijvoorbeeld in een weegbrug. De ijkdrukdoos bevindt zich tussen de tafel (T) en de hydraulische balg (B).

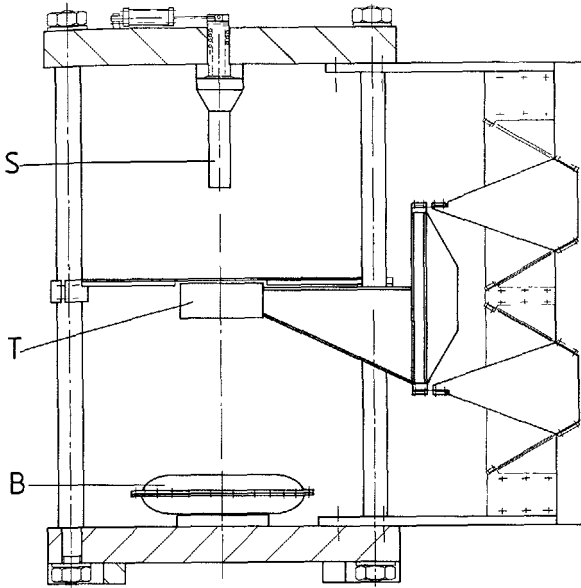
De te ijken drukdoos bevindt zich tussen het stempel (S) en de tafel (T). De tafel dient het koppel (20 Nm) dat ontstaat bij het niet zuiver in één lijn staan (< 1 mm) van de drukdozen op te nemen.

De tafel dient evenwijdig aan zichzelf te bewegen, daarbij geen of op zijn hoogst een reproduceerbaar krachtsverschil tussen de beide drukdozen veroorzakend.

Glijdende en rollende geleidingen kwamen niet in aanmerking binnen de gestelde eisen. Een hydrostatische geleiding is overwogen. Gekozen is voor een quasi-rechtgeleiding – een dubbel Roberts-mechanisme – met elastische scharnieren. Hiermee wordt voldaan aan de reproduceerbaarheid van de kracht bij een zekere uitwijking; de metalen veren zijn immers hysteresis-arm. Dit concept bleek een factor 10 goedkoper dan het hydrostatische alternatief. Bovendien werd het gecompenseerd, gebruikmakend van het idee van figuur 178.

Bij een bekende stijfheid  $c_y$  van het elastische Roberts-mechanisme, zie figuur 180b, werd een veer  $c_x$  van gelijke stijfheid aangebracht met tussenkomst van drukstaaf AB met meskantopleggingen.

Lezers die niet is opgevallen dat de meskanten aan de translatietafel res-



schematisch

Figuur 180b [P J M van Aaken]

AMC en BMD worden op elkaar getrokken door de veren AB en CD. Deze veren hebben de eigenschap dat zij juist ongespannen zijn als B in A ligt, respectievelijk als D in C ligt: veren met "ontspannen-lengte-nul" (AB en CD moeten dus als uitrekkingen worden gezien).

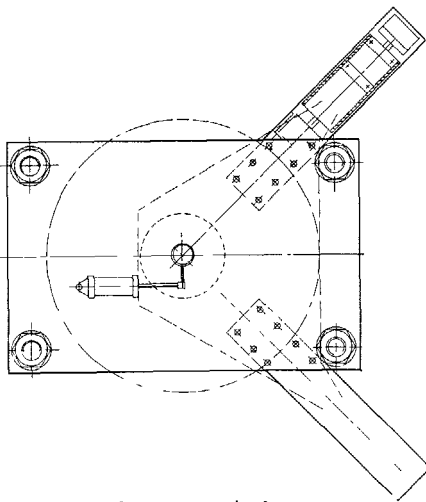
De inwendige energie is  $U = \frac{1}{2} c_{AB} AB^2 + \frac{1}{2} c_{CD} CD^2$ .

Als deze constant blijkt te kunnen zijn, dan is elke stand van BMD ten opzichte van AMC een evenwichtstand. Met behulp van de cosinusregel vinden we:  $c_{AB} AB^2 = c_{AB} (a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi)$  en  $c_{CD} CD^2 = c_{CD} (c^2 + d^2 + 2cd \cos \psi)$ .

$c_{AB} AB^2 + c_{CD} CD^2$  is alleen standonafhankelijk als  $\varphi$  en  $\psi$  niet meer in de uitdrukking voor U voorkomen. Aan twee voorwaarden moet dan worden voldaan:  $c_{AB} ab = c_{CD} cd$  en  $\alpha + \beta = \pi \rightarrow \varphi + \psi = \pi \rightarrow \cos \varphi = -\cos \psi$ . Onder deze voorwaarden is  $U = \text{constant}$ .

De veren met "ontspannen-lengte-nul" zijn conform figuur 182a gerealiseerd. Om een samengestelde beugel wordt een drukveer met grote spoed geschoven en de moeren worden zo aangedraaid dat de ontspannen lengte  $\ell_0$  van de veer juist correspondeert met de lengte van de uitgeschoven samengestelde beugel. Nu wordt de beugel in elkaar geschoven tot de ogen van de beugel door de sleuven in de eindplaten naar buiten komen.

De afstand tussen de beugelogen is nu



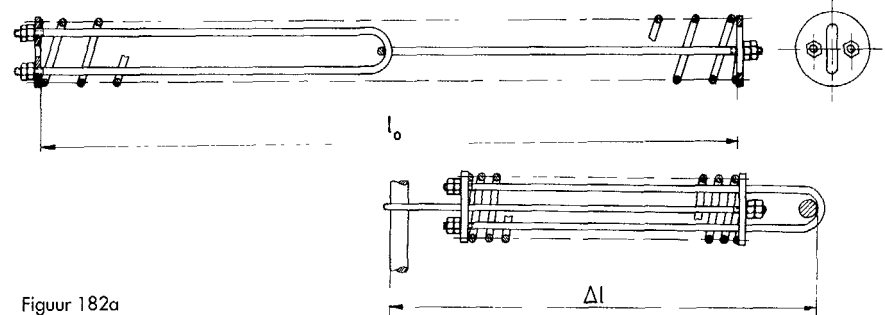
Figuur 180a [P J M van Aaken]

pectievelijk het veeruiteinde dienen te zitten, in plaats van aan het tussenlichaam, worden verwezen naar aflevering 15 Mikroniek nummer 6-1993 p 174.

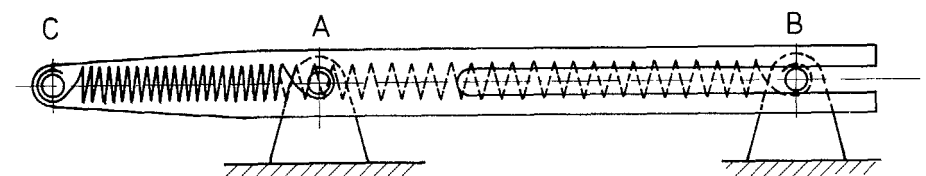
In de stand met y horizontaal kan men de veer  $c_x$  zo instellen dat de eigenfrequentie op circa 0,1 Hz komt ( $c_x$  is spanningloos als AB//y staat en  $c_y$  is spanningloos als AB//x staat).

**Voorbeeld: Mechanismen zonder voorkeurstanden**

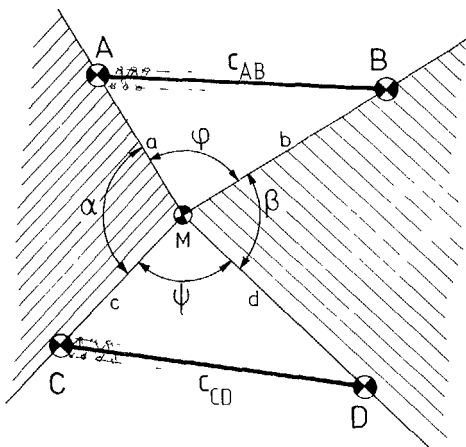
Figuur 178 is een bijzonder geval van het meer algemene geval van  $U = \text{constant}$ , dat in figuur 181 is afgebeeld. M is een scharnierpunt.



Figuur 182a

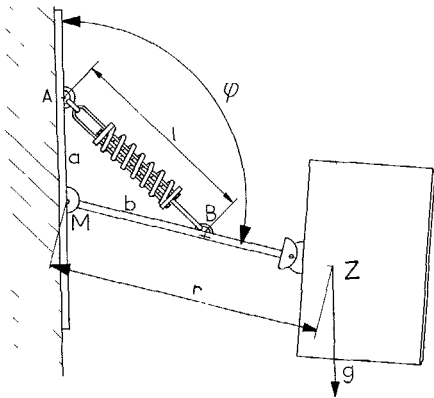


Figuur 182b

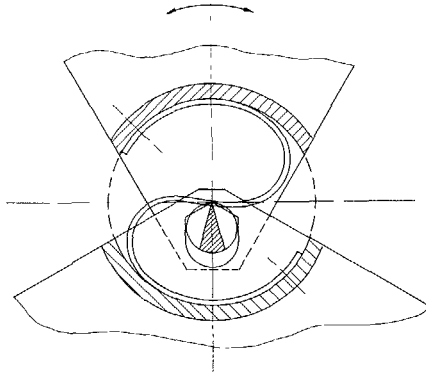


Figuur 181

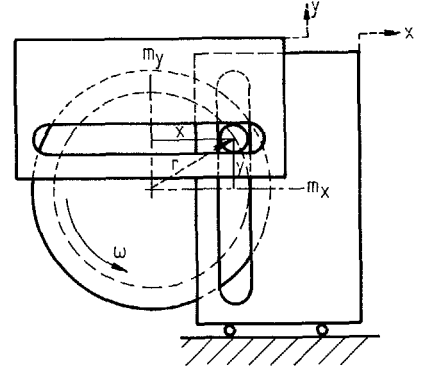
Energiebeheer in mechanismen



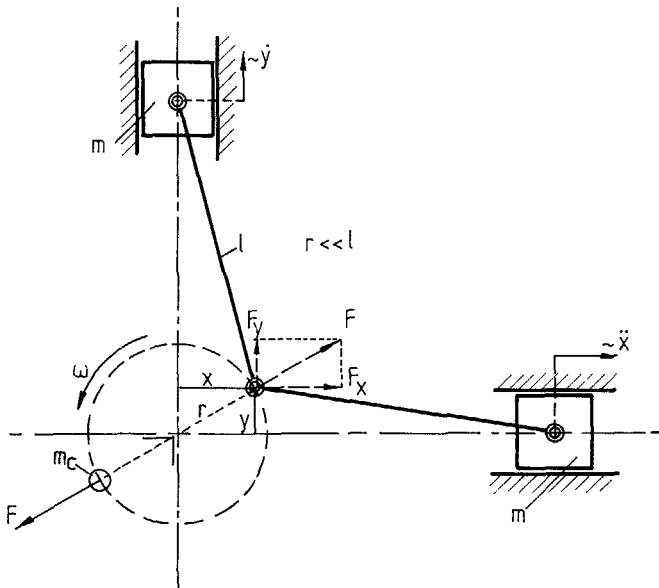
Figuur 183



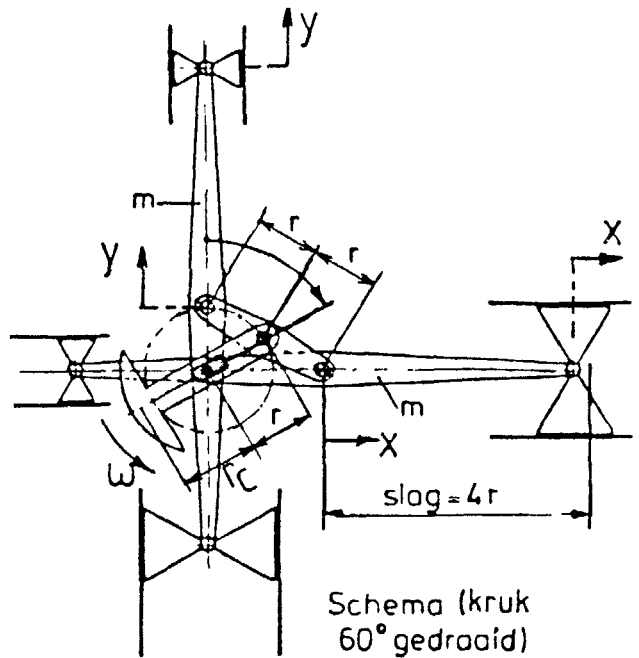
Figuur 184 S-veer [J.M. Wolf]



Figuur 185



Figuur 186



Schema (kruk 60° gedraaid)

Figuur 187

precies gelijk aan de  $\Delta \ell$  (indrukking) van de veer.

Voor andere situaties moet men met "overhangende nullengtes" werken,  $CA = \ell_0$ ,  $AB = rek$ , zie figuur 182b.

Een toepassing van deze veren met "ontspannen-lengte-nul" is compensatie van zwaartekracht (lampen, garage-deuren, enz.). Figuur 183 geeft een in alle richtingen instelbare arm met luidsprekerbox. De voorwaarde voor  $dU/d\phi=0$  wordt als volgt gevonden:

$$\ell^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \phi \text{ en}$$

$$U = \frac{1}{2} c \ell^2 \text{ dus}$$

$$dU_{\text{veer}} = -c_{AB} ab \sin \phi d\phi.$$

Voor de variatie van de potentiële energie in de zwaartekracht geldt

$$dU_g = mgr \sin \phi d\phi.$$

Uit  $(dU_{\text{veer}} + dU_g)/d\phi = 0$  volgt:

$$c_{AB} ab = mgr.$$

Geschikte keuze van de veerconstante  $c_{AB}$  of van de montagepunten van de veer maken dan dat deze opstelling exact uitgebalanceerd wordt. Een contragewicht, dat vaak veel ruimte vraagt en het totale gewicht van de constructie nadelig beïnvloedt, is dan overbodig geworden.

De lezers die het nog niet opgevallen is dat de veer verkeerd gemonteerd is (hij moet 90° gedraaid worden om zijn lengte-as) worden verwezen naar aflevering 15 in Mikroniek 6-1993 p.174.

Een ander (zeer fraai) voorbeeld van

een veer met constante energie-inhoud is de S-veer van figuur 184 die is toegepast om stroomdoorgang te realiseren over een zeer lichtlopend lager heen. De oorspronkelijke rechte veer wikkelt zich op de ene ronde wand elastisch evenveel op als hij zich op de andere wand afwikkelt. De hartlijn van de S roteert daarbij met de halve hoeksnelheid van het lager.

Er wordt geen koppel uitgeoefend, wel een voorspankracht die zowel bij elastische bladveer- (of kruisveer-) scharnieren, taats- of kogellagers, alsook bij meskanten gewenst kan zijn; reden om deze veer ook toe te passen waar geen stroomdoorgang gevraagd wordt

**T=constant**

Van het eenvoudige kruk-sleufmechanieme van figuur 185 is de kinetische energie-inhoud

$$T = \frac{1}{2} m_x \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_y \dot{y}^2,$$

$$x = r \cos \omega t, y = r \sin \omega t$$

$$\dot{x} = -\omega r \sin \omega t, \dot{y} = \omega r \cos \omega t.$$

Als de massa's gelijk zijn,  $m_x = m_y = m$ , dan blijkt

$$T = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \text{constant}.$$

Bij constant toerental is voor het alsmar versnellen van de beide (gelijke) massa's geen koppel op de kruk nodig.

Bij een V-motor, zie figuur 187, doet men er goed aan de cilinders onder 90° op te stellen (1e orde-compensatie), gezien een aardig voordeel dat deze opstelling heeft. Voor de versnellingskrachten F van de zuigers op de krukas uitgeoefend geldt namelijk (1e orde):

$$F_x = -m \omega^2 r \cos \omega t,$$

$$F_y = -m \omega^2 r \sin \omega t.$$

De resulterende kracht is

$$F = -m \omega^2 r.$$

Deze is constant, wijst langs de kruk en is dus zeer eenvoudig te compenseren met een contramassa, zoals in figuur 185 is aangegeven, waarvoor geldt dat  $F = m_c \omega^2 r_c$ . De heen- en weergaande delen kunnen (1e orde) worden gebalanceerd door een roterende contramassa.

In tegenstelling tot het mechanisme van figuur 186 genereert het mechanisme van figuur 178 zuiver *harmonische, rechtlijnige* bewegingen, als het wordt gebruikt op de manier van figuur 187.

$$x = 2 r \cos \omega t,$$

$$y = 2 r \sin \omega t,$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2, \text{ dus}$$

$$T = \frac{1}{2} m \omega^2 4r^2 = \text{constant}.$$

Voor de contramassa geldt:

$$m_c r_c = m \cdot 2r + m_{\text{kruk}} + m_{\text{buitelstang}}.$$

Let op het "sleufgat" in de kruk om te voorkomen dat de constructie overbepaald is en dat alsnog de krukas radiaal door versnellingskrachten worden belast.

**Voorbeeld: Energiestromen in servo-systemen**

Systemen waarin een voorwerp in een begrens plat vlak elke plaats moet kunnen bereiken, worden in de meeste gevallen uitgevoerd als cartesische systemen, zie figuur 188. Vanuit het oogpunt van zowel het te installeren ver-

mogen (servo-motor met versterker) als van het energieverbruik is dit niet op voorhand een optimale oplossing.

Indien wij aannemen dat de massa m van de in het x-y-vlak te bewegen wagen alle andere massa's zwaar overheerst, dan geldt in het geval dat banen met een constante snelheid worden doorlopen dat  $T \approx \text{constant}$

Als we kunnen afzien van wrijvingsverliezen dan is het benodigde vermogen nul.

In het geval dat bijvoorbeeld cirkels worden doorlopen geldt voor de afzonderlijke motorvermogens:

$$P_x = m \cdot \ddot{x} \cdot \dot{x} = m \omega^3 r^2 \sin \omega t \cos \omega t,$$

$$P_y = m \cdot \ddot{y} \cdot \dot{y} = -m \omega^3 r^2 \cos \omega t \sin \omega t.$$

Hoewel de som van deze beide vermogens (uiteraard) nul is, moet het te installeren vermogen voor elke motor plus versterker gelijk zijn aan

$$P_x = P_y = 2 m \omega^3 r^2$$

Zo gold voor een machine in de röntgendiagnostiek:

$$m = 300 \text{ kg (zware loodafscherming),}$$

$$\omega = 2\pi \text{ rad/s,}$$

$$r = 0,4 \text{ m}$$

$$P_x = P_y = 3,8 \text{ kW.}$$

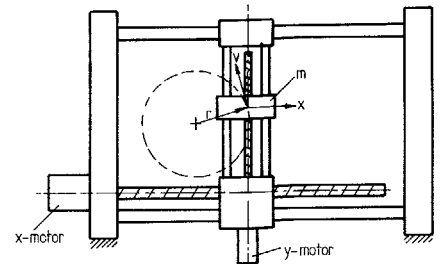
Het terugleveren van elektrische energie aan de stroombron heeft evenwel een zeer slecht rendement zodat men van de sommatie van  $P_x$  en  $P_y$  nauwelijks kan profiteren. Men kan dan ook vaststellen dat een cartesisch systeem voor wat betreft de installatie en energetisch een ongunstige oplossing is, als er bewegingen met (ongeveer) constante snelheid moeten worden gemaakt langs banen die niet ver afwijken van cirkels.

Een 2D-servosysteem volgens het r-φ concept van figuur 189, met het wiel (e) vastgezet aan de arm voldoet perfect in het geval van cirkels.

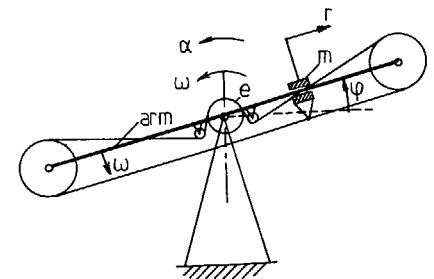
$T = \text{constant}$  kan dan ten volle worden benut. Het vermogen om de arm met de wagen (m) blijvend te laten roteren is (afgezien van wrijving) gelijk aan nul.

**T+U = constant**

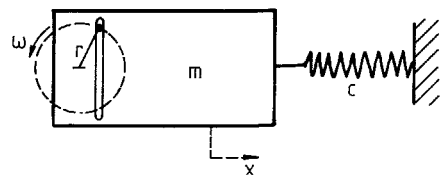
Kinetische en elastische energie worden onderling uitgewisseld. In figuur 190 wordt het mechanisme harmonisch bewogen.



Figuur 188



Figuur 189



Figuur 190

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, U = \frac{1}{2} c x^2,$$

$$x = r \cos \omega t, \dot{x} = -\omega r \sin \omega t, \text{ dus}$$

$$T + U = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} c r^2 \cos^2 \omega t.$$

$T + U$  is alleen constant als

$$m \omega^2 \sin^2 \omega t + c \cos^2 \omega t = \text{constant},$$

wat voor een vaste  $\omega$  slechts mogelijk is als  $m \omega^2 = c$  (immers  $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$ ). Er is dus slechts één frequentie van de ingaande *harmonische* beweging waarbij het goed gaat, de eigenfrequentie:

$$\omega_e = \sqrt{c/m}.$$

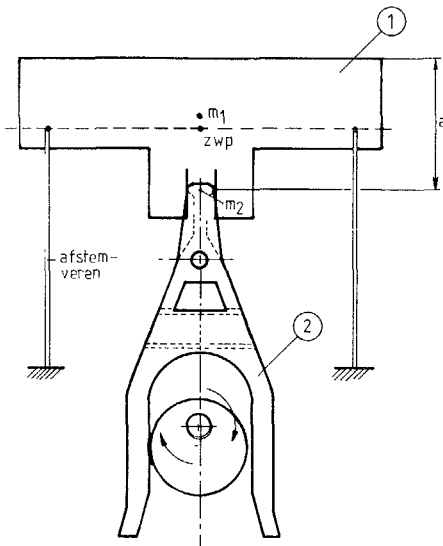
Als er geen externe krachten zouden optreden, zou bij deze snelheid door het aandrijvende mechanisme geen kracht behoeven te worden doorgeleid. Daarin treedt dan geen vermogenverlies op.

**Voorbeeld: Afgestemd mechanisme**

Het in figuur 191 getoonde knipmechanisme maakt van dit principe gebruik.

De toepassing verlangt slechts één frequentie. Energieverbruik is van groot belang, omdat men de bedrijfstijd per acculading zo groot mogelijk wil heb-

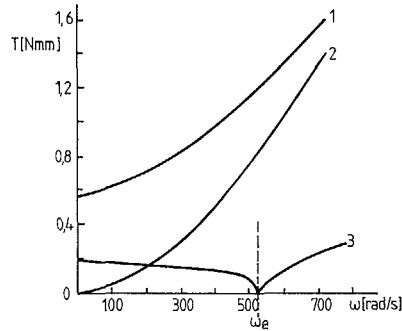
## Energiebeheer in mechanismen



Figuur 191 [D W Bikker]

ben. In de afgestemde toestand heeft het aandrijfvermogen een minimum, het héén- en weergaande mes hoeft immers, afgezien van wrijving en knipkracht, niet te worden aangedreven

In een bestaand mechanisme werden de messen met veerbelasting op elkaar gehouden. De kromme 1 in figuur 192a toont het berekende koppel als functie van de asfrequentie. De eerste modificatie was de messen met een beheerste snijspleet ten opzichte van elkaar te bewegen, waardoor de wrijving tussen de messen en in het mechanisme aanmerkelijk daalde: berekende kromme 2. Tenslotte werd het *bewegende mes*



Figuur 192a Berekende koppels in een afgestemd systeem

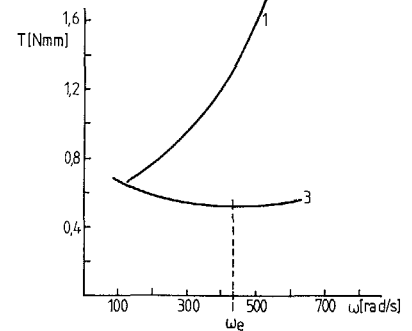
*plus gereduceerde massa* van het mechanisme, samen met de afstemveren (figuur 191) gebracht op een eigenfrequentie gelijk aan de toekomstige bedrijfsfrequentie.

Kromme 3 geeft voor dat geval het berekende koppelverloop weer.

Als  $\omega = \omega_e$  is theoretisch het vermogen gelijk aan nul als geen kniparbeid wordt verricht.

Doordat de verschillende delen elkaar toch raken is de werkelijke situatie minder gunstig, zoals de gemeten karakteristieken aantonen; zie figuur 192b. Niettemin is de winst aanzienlijk en is er nog steeds een, zij het vlak, minimum in de buurt van  $\omega_e$ .

Om de belasting op de mesgeleiding te minimaliseren en zo de wrijving verder te beperken dient men de afstemveren te laten aangrijpen zoals in figuur 191



Figuur 192b Gemeten koppels in een afgestemd systeem [D W Bikker]

is aangegeven. Dus op een lijn in de bewegingsrichting door het gemeenschappelijke zwaartepunt van  $m_1$  en  $m_2$ , waarbij  $m_1$  het zwaartepunt is van het mes en  $m_2$  de in het aangegeven punt gereduceerde massa van de hefboom (2).

De afstemveren werden ook als elastische rechtgeleiding gebruikt.

Om tijdens het knippen de rechtgeleiding zo weinig mogelijk te belasten is een zo klein mogelijke maat (a) van belang.

"Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren" is een selectie uit de verzameling constructieprincipes die op initiatief van prof ir W v d Hoek in 1962 is opgezet en die nog steeds wordt uitgebreid Door ir P C J N Rosielle en E A G Reker (TU-Eindhoven) is speciaal voor de lezers van Mikroniek een selectie gemaakt die in 18 afleveringen wordt gepresenteerd

Bijdragen van lezers als kritiek, suggesties of eigen ervaring worden door de auteurs op prijs gesteld

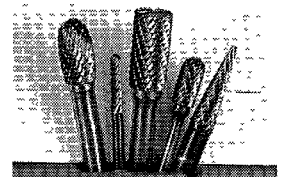
## M.T.S.'er fijntechniek,

25 jaar, wil graag z.s.m. aan de slag in binnen- of buitenland

Reacties aan:

Patrick Wulz, tel: 079 - 163603  
fax: 079 - 163698

## Uw botte frezen als NIEUW geslepen!!



Maak kennis met onze nieuwe en perfecte slijpmethode, het is behst de moeite waard, laat u overtuigen door uw proefzending, 5 stuks voor slechts f15,--.

Wilt u verdere informatie, belt u ons.

**Kafra Hard Metal Tools, Precieslijperij**

Tel. (05450) 94945. Fax (05450) 95117.  
Postbus 79, 7160 AB Neede