

Het effect van transversale modi in een golfpijp-resonator op de resonantieconditie van een Compton Vrije-Elektronen-Laser¹

J. W. J. Verschuur^{2 a}, G. J. Ernst^{a,2}, B. M. van Oerle^b, D. Bisero^a en W.J. Witteman.

^a Universiteit Twente, Technische Natuurkunde, Postbus 217, 7500 AE Enschede

^b Nederlands Centrum voor Laser Research, Postbus 2662, 7500 CR Enschede

Abstract

In een Vrije-Elektronen-Laser (FEL), waar de resonator de structuur heeft van een golfpijp, heeft de fasesnelheid van het licht een significante impact op de golflengte van het gegenereerde licht. Dit is een effect dat bekend is in Raman-FEL's maar het is minder bekend dat het ook een belangrijke rol kan spelen in Compton FEL's.

Het effect is experimenteel geverifieerd in onze 6 MeV Compton FEL. De FEL heeft een golfpijp-resonator met vlakke eindspiegels waarin concentrisch een gat is gemaakt voor de inkoppeling van de elektronen en de uitkoppeling van het licht. Opeenvolgende transversale modes, die elk hun eigen fasesnelheid hebben, zijn duidelijk in het golflengte spectrum te onderscheiden. Gelijktijdige resonanties met een golflengte verschil van 5% zijn gemeten. In gangbare lasers is dit verschil doorgaans niet groter dan 0.1 %.

Inleiding

In een vrije-elektronen-laser (FEL) vindt de stralingsproductie plaats in vacuüm omdat de elektronen bundel alleen grote afstanden kan afleggen in vacuüm.

Voor de berekening van de resonantiefrequentie, dat is de frequentie waarop de FEL werkt, wordt doorgaans gebruik gemaakt van een één-dimensioneel model, waarin het stralingsveld wordt benaderd door een vlakke golf. Gebruik makend van dit model en het feit dat het licht in vacuüm gegenereerd wordt vinden we voor een relativistische elektronenbundel de volgende resonantie conditie [1]:

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + K^2), \quad (1)$$

waar λ de geproduceerde golflengte is; $K = eB_{av}\lambda_u/2\pi m_0 c$ de undulator parameter; λ_u en B_{av} zijn respectievelijk de periode en het gemiddelde magnetische veld sterkte van de undulator; γ , e en m_0 zijn respectievelijk de relativistische factor, de lading en de rustmassa van het elektron.

Als het drie-dimensionale karakter van de optische bundel meegenomen moet worden, is het bovenstaande model is het bovenstaande model niet toereikend. Dit is bekend voor Raman-type FEL's, waar de optische resonator vaak een golfpijp structuur heeft, en de dichtheid van de elektronenbundel zo groot is dat plama-oscillaties moeten worden meegenomen[2,3,4].

¹ Dit onderzoek is mede mogelijk gemaakt door ondersteuning van de Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW) en de Stichting voor Fundamenteel onderzoek der Materie (FOM).

² Correspondentie auteur: J.W.J. Verschuur@tn.utwente.nl

De basis van de resonantieconditie wordt gevormd door het gelijk lopen van het licht en de elektronenbundel modulo één licht golflengte. Met andere woorden: er is sprake van resonantie als het elektron dezelfde fase van het licht ziet, elke keer wanneer hij een hele undulator periode doorlopen heeft. Dit komt neer op het feit dat tijdens het doorlopen van één undulator periode door het elektron, het licht ook deze undulator periode doorloopt plus een geheel aantal licht golflengtes.

$$\frac{\lambda_u}{v_e} = \frac{\lambda_u + \lambda}{v_{ph}}, \quad (2)$$

met v_e de elektronensnelheid in de lengterichting van de undulator en v_{ph} de fasesnelheid van het licht. Door het gebruik van een golfpijp in de resonator is de fase snelheid van het licht groter dan de snelheid van het licht in vacuüm c . Het is dan duidelijk dat voor een vaste elektronen energie en een vaste undulator golflengte dat de resonantie golflengte λ moet toenemen voor toenemende fasesnelheid. In een Compton FEL wordt de fase snelheid meestal benaderd door c . Bij invulling van c voor v_{ph} en een uitdrukking voor v_e in vergelijking (2), tezamen met een benadering voor $\gamma \gg 1$ krijgen we vergelijking (1). We zullen laten zien dat ook voor een Compton FEL deze benadering tot verkeerde waarde van de resonantie frequentie kan leiden. Hoewel het effect bekend is, wordt weinig gerealiseerd dat het effect voldoende groot kan zijn voor relativistische elektronenbundels. Een rede hiervoor is dat λ altijd een stuk kleiner is dan λ_u , zodat zelfs kleine afwijkingen van c van de fasesnelheid leiden tot een grote verschuiving in golflengte. Dit effect is met name van belang bij kwalitatief hoge elektronenbundels zoals deze bij ons worden gebruikt.

Het effect van het golfpijp mode-patroon op de resonantie conditie van een FEL

Voor het geval de optische bundel van de FEL wordt opgesloten in een ronde metalen buis, wordt het patroon van de transversale modes gegeven door de elektrische TE_{nm} en magnetische TM_{nm} golfpijp modes (zie bijvoorbeeld referentie [5]). Al deze modi hebben een ruimtelijke afhankelijkheid voor de elektrische- en magnetische veldsterkte, die wordt gegeven door Besselfuncties met een fasefactor $\exp(j(\omega t - \gamma_{nm} z))$, met een complexe voortplantingsconstante γ_{nm} die wordt gegeven door:

$$\gamma_{nm} = \beta_{nm} + j\alpha_{nm}. \quad (3)$$

Het reële deel van deze voortplantingsconstante wordt gegeven door:

$$\beta_{nm} = k \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{nm}}{ka} \right)^2 \right] \quad \text{voor } TM_{nm} \text{ modi} \quad (4)$$

$$\beta_{nm}' = k \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{nm}'}{ka} \right)^2 \right] \quad \text{voor } TE_{nm} \text{ modi}, \quad (5)$$

waar a de radius van de ronde golfpijp is, u_{nm} de m^e wortel van de vergelijking:

$$J_n(x) = 0 \quad (6)$$

en u_{nm}' de m^e wortel van de vergelijking:

$$\frac{d}{dx} J_n(x) = 0 \quad (7)$$

met J_n de n^e orde Besselfunctie.

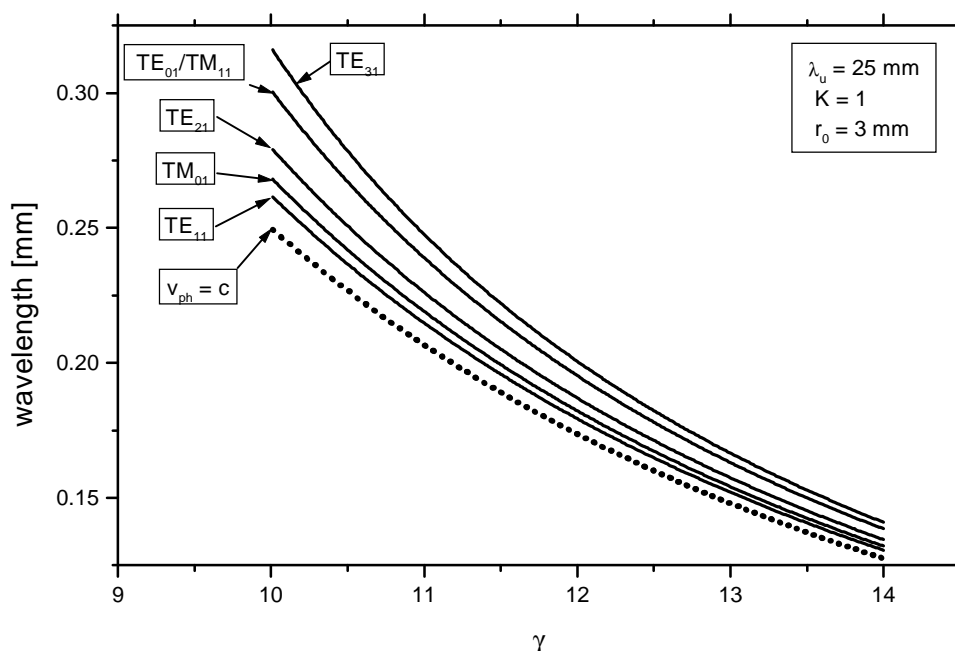
Uit vergelijkingen (4) en (5) kan een uitdrukking gevonden worden voor de fase snelheid van de optische bundel, gebruikmakend van:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta_{nm}}. \quad (8)$$

Voor golfpijp modi geldt de relatie:

$$v_{gr} v_{ph} = \frac{\omega^2}{k^2}. \quad (9)$$

Hieruit volgt duidelijk dat de fasesnelheid afhankelijk is van het mode-patroon. Omdat de fasesnelheid in een golfpijp altijd groter is dan c is de resonantie golflengte altijd langer dan de golflengte van de corresponderende vlakke golf. Hogere orde modi hebben langere golflengtes dan de lagere orde modi. Omdat de verliezen van de lagere orde



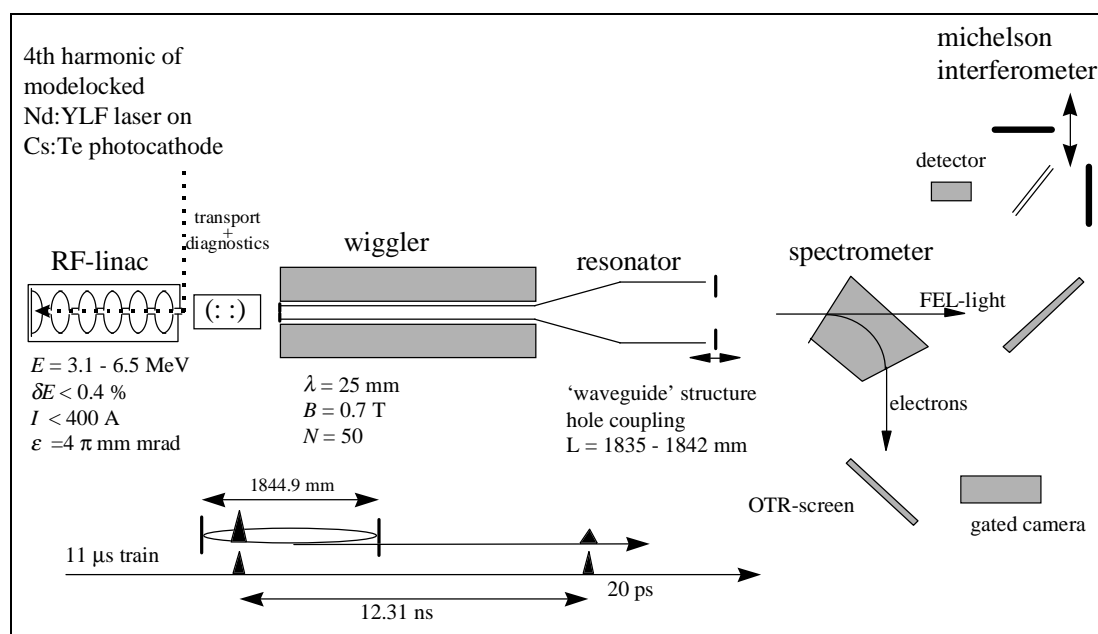
Figuur 1 Golflengte van de laagste orde golfpijp modi als functie van de relativistische parameter γ .

modi groot zijn tengevolge van het centrale gat in de eindspiegels van de resonator zullen hogere orde modi preferentieel aanwezig zijn in de resonator. Dit geeft een grote verschuiving van de golflengte ten opzichte van de vlakke golf benadering. Om een idee te krijgen van de grootte van het effect is in figuur 1 de FEL resonantie frequentie uitgezet als functie van de relativistische factor van de elektronen voor een aantal golfpijp modi. Voor deze curven is uitgegaan van een ronde golfpijp met een interne radius van 3 mm, een undulator golflengte van 25 mm en een undulator K-parameter van één.

Experimentele verificatie van de FEL resonantieconditie

In de vakgroep Quantum Elektronica is een Compton Vrije-Elektronen-Laser gebouwd. De elektronen worden versneld in een radiofrequentie 6 MeV lineaire versnel-ler met een fotokathode als elektronenbron. De elektronen worden vrij gemaakt door vierde harmonische van een versterkte Nd:YLF laser. De pulsstructuur van de elektro-nenpulsen wordt bepaald door de structuur van de lichtpulsen. Op deze manier worden pulsen van 20 ps in een pulstrein met een pulsduur van 10 μ s gemaakt, waarvan de re-petitiefrequentie 81.25 Mhz is (16^e subharmonische van de 1.3 GHz RF-frequentie van de linac). Voordat de elektronenbundel in de optische resonator met undulator wordt gebracht passeert deze nog enkele focusseer elementen en diagnostische stations zoals stroommonitoren, positiemonitoren, OTR schermpjes.

De undulator [7] bestaat uit 50 perioden met een golflengte van 25 mm en een afstand tussen de polen van 8 mm. Het piek van het magneetveld heeft een waarde van 0.7 T, waardoor de undulator parameter K een waarde van ongeveer één heeft. De bundelpijp in de undulator heeft een inwendige diameter van 6 mm zodat deze zich gedraagt als

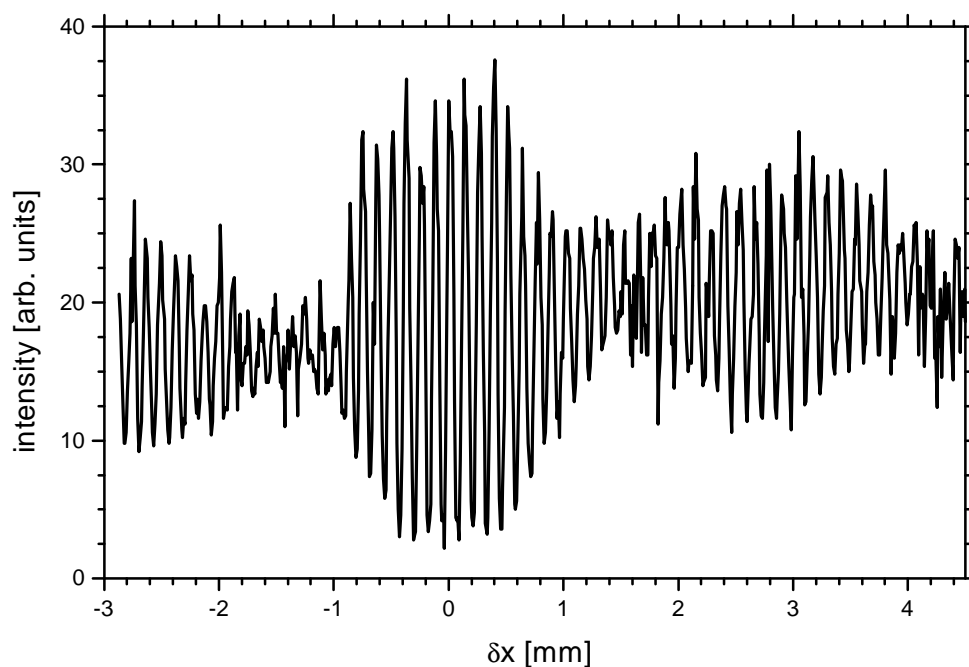


Figuur 2 Overzicht van het TEUFEL experiment met de relevante parameter waarden.

een multimode golfpijp voor de geproduceerde straling. Achter de undulator wordt de 6 mm diameter golfpijp in 40 cm naar een diameter van 25 mm gebracht om weer terug te gaan naar de standaard bundelpijpdiameter. De optische resonator heeft een vlakke spiegel aan het begin van de undulator, met een gat met een diameter van 2 mm om de elektronenbundel door te laten, en een vlakke spiegel aan het eind van de resonator met een gat van 12 mm diameter, om weer de elektronenbundel door te laten en om het licht uit te koppelen. De afstand tussen de twee spiegels is L_{cav} , en wordt gegeven door de herhalingsfrequentie van de elektronenpulsen en de groepssnelheid van de optische bundel:

$$L_{cav} \cong \frac{v_{gr}}{2 f_{eb}} \quad (10)$$

De zijwanden van de resonator worden gevormd door de vacuüm buis, die, zoals boven beschreven, zich gedraagt als een multi-mode golfpijp met een getaperde sectie erin. Stroomafwaarts bevindt zich nog een 90° spectrometer met een beamdump. Rechtdoorgaand achter de spectrometer verlaat het geproduceerde licht het vacuüm



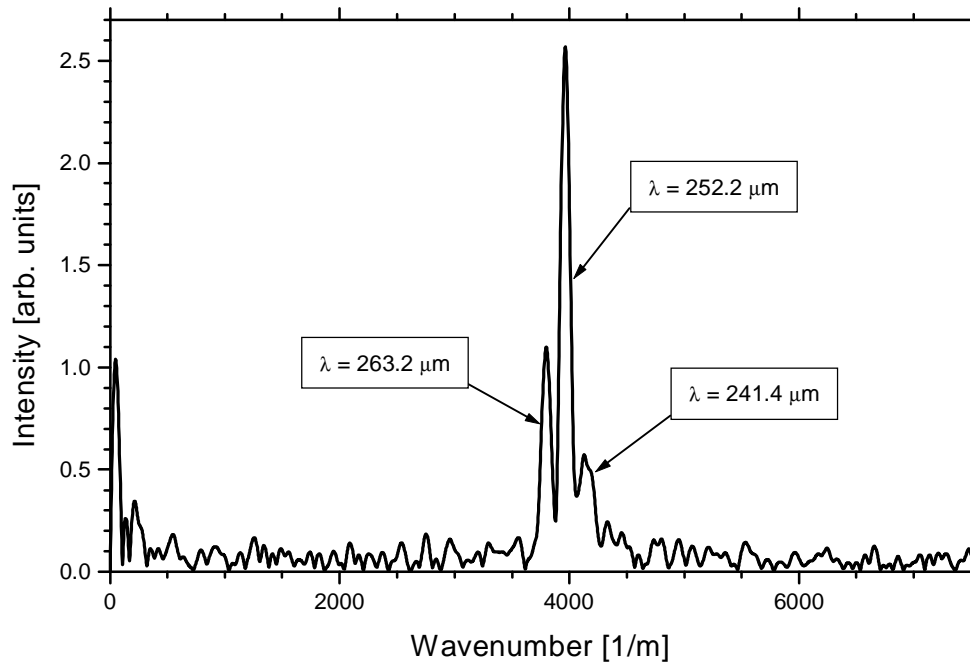
Figuur 3 Michelson interferometer scan van de geproduceerde straling; δx is het verschil in lengte tussen de twee armen van de interferometer. De waarde $\delta x = 0$ is voor gelijke lengte van bijde armen.

via een 45° spiegel en een TPX-venster.

De golflengte spectra van de straling zijn gemeten met een Michelson interferometer. Een voorbeeld van de metingen kan worden gevonden in figuur 2, waar de intensiteit in willekeurige eenheden is uitgezet tegen het lengte verschil δx tussen de twee armen van de interferometer. Bij $\delta x = 0$ hebben beide armen gelijke lengte. Een Fourier analyse van deze meting, die het golflengte spectrum geeft, is weergegeven in figuur 3.

In principe is het mogelijk de resonantie golflengte te berekenen uit de lengte van de optische resonator. In principe wordt deze lengte bepaald door de repetitiefrequentie van de elektronen pulsen en groepssnelheid van het licht. Deze laatste is weer gerelateerd is aan de fasesnelheid. Door de eindige lengte van de elektronenpuls en de zogenaamde slippage van het licht is er nog vrijheid om de resonator lengte te veranderen. Een andere complicerende factor bij het berekenen van de resonantie golflengte uit de lengte van de resonator is de drastische mode filtering die plaatsvindt bij de beide uitkoppelspiegels. Dit is met name van belang voor transversaal symmetrische modi zoals de TE_{1m} en TM_{1m} . Deze modi hebben in de undulator hun maximale intensiteit op de as en zullen daarom bij de uitkoppelspiegel uit een grote set van onverstoorde golfpijp modi bestaan.

Het faseverschil tussen opeenvolgende modi zal minder afhankelijk zijn van de wijze van uitkoppelen. Het faseverschil leidt tot een golflengteverschil dat kan worden vergeleken met een experimentele waarde. Het is zo mogelijk met vergelijkingen (4) tot (8) de fase snelheden te berekenen voor de vier laagste orde modi, namelijk de TE_{11} , TM_{01} , TE_{21} , TE_{01} / TM_{11} and TE_{31} modi. Uitgaande van een gemeten golflengte van ongeveer $250 \mu\text{m}$ en een golfpijpradius van 3 mm vinden we de volgende waarden voor relatieve voortplantingsnelheden: $\Delta\beta/\beta$: -0.00021 tussen de TE_{11} en TM_{01} modi,



Figuur 4 Golflengte spectrum van de geproduceerde straling (Fourier getransformeerde van het Michelson signaal uit figuur 3).

-0.00031 tussen de TM_{01} en TE_{21} modes, -0.00047 tussen de TE_{21} en TE_{01} / TM_{11} modi en -0.00026 tussen de TE_{01} / TM_{11} en TE_{31} modi . Uit vergelijking 2 volgt dan dat het golflengteverschil voor deze modi gelijk is aan $\Delta\lambda = -\lambda_u \Delta\beta/\beta = 5.3 \mu\text{m}$, $7.8 \mu\text{m}$, $11.8 \mu\text{m}$ and $6.5 \mu\text{m}$. Vergelijken we dit met de experimentele resultaten uit de figuur 3 dan zien we een redelijke overeenkomst.

Conclusies

We vonden experimenteel dat in een Compton FEL het verschil in golflengte tussen de mogelijke transversale modi zelfs 5% kan bedragen, terwijl in normale lasers dit verschil in de orde van grootte van 0.1 % is. Dit kan worden verklaart uit het feit dat kleine veranderingen in de fasesnelheid van het licht, door het transversale stralingsprofiel in een golfpijp, een groot effect heeft op de resonantieconditie van een FEL. Dit resulteert dus in relatief grote mode-afstanden. Maximaal vijf verschillende modi zijn simultaan waargenomen in het golflengte spectrum. We vonden een goede overeenkomst tussen de berekende en gemeten verschillen van de modi. Het gemeten effect is

met name belangrijk voor elektronenbundels van hoge kwaliteit, omdat deze tot kleine diameters te focuseren zijn en dus, zoals in ons geval, het gebruik van golfpijpen met relatief kleine diameter mogelijk maakt. Bij grotere diameters van de elektronenbundels en bij het gebruik van grotere diameter golfpijpen zal het effect te verwaarlozen zijn.

Referenties

- [1] C. A. Brau, "Free Electron Lasers", Academic Press Inc.
- [2] A. Doria, G. P. Gallerano and A. Renieri, "Kinematic and Dynamic Properties of a Waveguide FEL", *Opt. Comm.*, vol. 80, pp. 417-424, 1991
- [3] W. J. Golightly and S. K. Ride, "Spontaneous Emission and Gain in a Waveguide Free-Electron Laser", *IEEE J. Qu. El.*, vol. 27, pp 2656-2666, 1991
- [4] F. Ciocci, R. Bartolini, A. Doria, G. P. Gallerano, E. Giovenale, M. F. Kimmit, Messina and A. Renieri, "Operation of a Compact Free-Electron Laser in the Millimeter-Wave Region with a Bunched Electron Beam", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, pp. 928-931, 1993
- [5] R. E. Collin, "Foundations for Microwave Engineering", McGraw-Hill Book Company
- [6] G. J. Ernst, W. J. Witteman, J. W. J. Verschuur, R. F. X. A. M. Mols, B. M. van Oerle, A. F. M. Bouman, J. I. M. Botman, H. L. Hagedoorn, J. L. Delhez and W. J. G. M. Kleeven, "The "TEU-FEL" Project", *Infrared Phys. Technol.*, vol. 36, pp. 81-98, 1995
- [7] J. W. J. Verschuur, G. J. Ernst and W. J. Witteman, "The TEUFEL Undulator", *Nucl. Instr. Meth.*, vol. A318, pp. 847-852, 1992